

İMKB Uygulamalarıyla PORTFÖY MODELLEME

Bu kitap, Excel 2010 bilgisayar yazılımı kullanılarak Markowitz'in "Ortalama - Varyans Modeli" ile CAPM'ye göre portföy seçiminin nasıl yapılacağı aşamalı örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır. Okuyucuyu uygulamadan uzaklaştırmamak adına kuramsal açıklamalardan olabildiğince kaçınılmıştır. Dolayısıyla, çalışma kaleme alınırken okuyucunun Markowitz'in 'Modern Portföy Kuramı' ile Sharpe'in 'Genel Denge Kuramı' konusunda temel bilgilere sahip olduğu varsayılmıştır. Excel 2010 yazılımının sunduğu olanaklar ölçüsünde çözümlerler olabildiğince kapsamlı işlem tabloları şeklinde verilmeye çalışılmıştır. Yapılan işlemler Excel 2010'un Türkçe sürümüne göre açıklanmıştır. Ancak, İngilizce sürümünü kullanan okuyuculara da kolaylık olması bakımından işlem tablolarındaki hücrelerde yer alan işlev içerikleri İngilizce sürümüne göre düzenlenmiştir.

İMKB Uygulamalarıyla
PORTFÖY MODELLEME

İMKB Uygulamalarıyla PORTFÖY MODELLEME

HAKAN KAPUCU



IJOPEC
PUBLICATION
London

IJOPEC
PUBLICATION
London ijopec.com Istanbul

İMKB Uygulamalarıyla

Portföy Modelleme

Hakan Kapucu

Dr. Hakan Kapucu, Kocaeli Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü öğretim üyesi. Lisans eğitimini 1991 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme bölümünde, yüksek lisansını 1996 yılında Kocaeli Üniversitesi'nde, doktorasını 2003 yılında Marmara Üniversitesi'nde tamamladı. Finans bilim alanında çeşitli yayınları bulunmaktadır.



IJOPEC Yayıncılık
Londra, İngiltere
İstanbul, Türkiye
www.ijopec.com
E-Posta: info@ijopec.com
Telefon.: (+44) 73 875 2361 (İngiltere)
(+90) 262 303 1567 (Türkiye)

İMKB Uygulamalarıyla Portföy Modelleme
Birinci Baskı, Ekim 2011, İstanbul / Türkiye
IJOPEC Yayınları No: 4

ISBN: 978-0956825636

Bu kitabın Türkiye'deki ve İngiltere'deki her türlü yayın hakkı IJOPEC Yayıncılık'a aittir. Tüm hakları saklıdır. Kitabın tamamı veya bir kısmı 5846 sayılı yasanın hükümlerine göre kitabı yayınlayan kurumun veya yazarının izni olmadan elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, yayınlanamaz, depolanamaz.

Baskı:
Kayhan Matbaacılık San. ve Tic. Ltd. Şti.
Merkez Efendi Mh. Davutpaşa Cd.
Güven San. Sit. No:244
Zeytinburnu / İstanbul, Türkiye
Telefon: (+90) 212 576 0136

Anneme ve Babama,

ÖNSÖZ

Yaşamın her alanında olduğu gibi finans alanında da yapılan seçimler, gelecekte ortaya çıkacak başarı ve/veya başarısızlığın temel olgusudur. Her seçim mutlak başarı ereğiyle yapılsa da başarısızlığın ilk göstergesi de olabilir aynı zamanda. Küreselleşmeyle birlikte, ortaya çıkan yeni riskler ve olanaklar, başarı ve başarısızlık arasındaki çizginin daha da bulanıklaşmasına neden olmuştur. Bu kitap, bulanık yatırım ortamında karar almak durumunda kalan bireysel yatırımcılara seçimlerinde başarılı olmalarına katkı sağlamayı amaçlayan yardımcı bir kaynak olarak hazırlanmıştır.

Hangi alanda olursa olsun bir yapıtın ortaya çıkması, doğal olarak tek başına yürütülen bir süreç değildir. Her yapıt dolaylı ya da dolaysız şeyin etkileşimi ile oluşur. Bu çerçevede, ICOPEC Yayıncılık'tan Westminster Üniversitesi (İngiltere) öğretim üyesi, Farhang Morady'ye, Marmara Üniversitesi'nde görev yaptığım süre boyunca bilimsel niteliği ve nezaketi ile beni derinden etkileyen Prof. Dr. Gürel KONURALP'e, Kocaeli Üniversitesi'nde akademik yaşama katılmamı sağlayan ve akademik disiplini ile bana örnek olan Prof. Dr. Abdurrahman FETTAHOĞLU'na teşekkür ederim. Kendisini tanıdığım ilk günden beri yaşamımın tüm aşamalarına varlığı ve emeği ile yoldaşlık eden 'İsmail'e ne kadar teşekkür etsem azdır. Kitaba tasarım desteği sunan Çizge Adam'dan Kasım ERTÜRK'e, kitabın basımını gerçekleştiren Kayhan Matbaacılığın sahibi Ali DAŞDÖĞEN ve çalışanlarına da sonsuz teşekkürler.

Son olarak, kitabın yazımı sırasında ortaya çıkan gerginliklerimi sonuna kadar anlayış ve sabırla karşılayan, özenli ve nitelikli eleştiri ve gözlemleri ile bana hep doğru yolu yol gösteren, yetkin Türkçesi ile bu kitabın dilini geliştiren sevgili Nihal Şirin PINARCIOĞLU'na kalpten teşekkür ederim.

Hakan Kapucu

Kocaeli, 2011.

İçindekiler

<i>İçindekiler</i>	<i>I</i>
<i>Grafikler Listesi</i>	<i>III</i>
<i>GİRİŞ</i>	<i>1</i>
1 TEMEL HESAPLAMALAR	5
1.1 Tekil Pay Senedi Getirilerinin Hesaplanması	5
1.2 Kâr Paylarına Göre Getirinin Düzeltilmesi	7
1.3 Tekil Pay Senedinin Beklenen Getiri, Varyans ve Standart Sapmasının Hesaplanması	9
1.4 Dönem Getirisinden Yıllık Getiri ve Varyansların Hesaplanması	11
1.5 Kovaryans ve Korelasyon Katsayılarının Hesaplanması	11
1.6 İki Pay Senetli Bir Portföyün Ortalama Getirisi ile Varyansının Hesaplanması	15
1.7 Çok Pay Senetli Bir Portföyün Ortalama Getiri ve Varyansının Hesaplanması	18
1.8 Portföy Hesaplamalarında Matris Çözümlerin Kullanımı	20
1.8.1 Örnek Varyans – Kovaryans Matrisinin Hesaplanması	23
1.8.2 “KAYDIR” İşlevi ile Örnek Varyans – Kovaryans Matrisi	27
1.9 Portföy Hesaplamasında Etkin Portföy Sorunu	28
2 ETKİN PORTFÖYÜN HESAPLANMASI	33
2.1 Tanımlamalar ve Gösterimler	34
2.2 Etkin Portföy ve CAPM’ye İlişkin Önergeler	36
2.3 Örnek 1: Etkin Sınırın Hesaplanması	39
2.3.1 İki Etkin Portföyün Oluşturulması	40
2.3.2 Etkin Sınırın Oluşturulması	42
2.4 Tek Adımda Etkin Portföyün Hesaplanması	48
2.5 Açığa Satış Kısıtlaması Altında Etkin Portföylerin Bulunması	50
2.5.1 Örnek 2: Açığa Satış Kısıtlaması Altında Etkin Sınır Hesaplaması	51
2.5.2 Kısıtsız Portföy	51
2.5.3 Kısıtlı Portföy	53
2.5.4 Birden Fazla Kısıtlama Olması Durumunda Etkin Portföy Hesaplaması	59
2.6 Örnek Varyans – Kovaryans Matrisi ile Etkin Portföy Arasındaki İlişki	60

2.6.1	Tek Endeks Modeli'ne Göre Örnek Varyans – Varyans Matrisi	63
2.6.2	Sabit Korelasyon Yaklaşımına Göre Örnek Varyans Kovaryans Matrisi	67
2.6.3	Daraltılmış Varyans – Kovaryans Matrisi	69
2.7	En Düşük Varyanslı Portföyün Hesaplanması	71
2.8	Karşılaştırmalı Olarak Varyans – Kovaryans Hesaplama Yöntemlerinin En Düşük Varyanslı Portföye Etkisi.....	72
3	CAPM ve MENKUL DEĞER PAZAR DOĞRUSUNUN TESTİ.....	79
3.1	Risksiz Varlık Durumunda CAPM	80
3.2	Risksiz Varlığın Olmaması Durumunda CAPM	80
3.3	Pazar Portföyünün Bulunması ve Sermaye Pazar Doğrusu	81
3.4	Menkul Değer Pazar Doğrusunun Testi: Önerme 3-5.....	83
3.5	Kocaeli Kent Endeksi ile CAPM'nin Testi	88
3.5.1	İlk Aşama Regresyon	88
3.5.2	İkinci Aşama Regresyon	89
3.6	Pazar Portföyünün Etkin Olmaması	91
3.7	Gerçek Pazar Portföyü ve CAPM'nin Testi.....	94
3.8	CAPM'nin Eleştirisi	95
4	PORTFÖY OPTİMİZASYONU'NDA BLACK – LITTERMAN YAKLAŞIMI	97
4.1	Tanımlamalar ve Gösterimler	98
4.2	Örnek: Kocaeli Kent Endeksi	100
4.3	Ortalama – Varyans Yöntemi ile Kocaeli Kent Endeksi için En Düşük Varyanslı Portföy Optimizasyonu.....	101
4.4	Black – Litterman Yöntemi ile Kocaeli Kent Endeksi'nin En Düşük Varyanslı Portföy Optimizasyonu	105
4.4.1	Yatırımcı Görüşünün Birden Fazla Olması Durumunda Black – Litterman Optimizasyonu	109
4.4.2	Black – Litterman Optimizasyonunda Yatırımcı Görüşünün Güvenirliği	110
4.5	Black – Litterman Modelinin Eleştirisi	113
	Kaynakça	115
	EKLER.....	119

Grafikler Listesi

<i>Grafik 1.1 DYOBYile MRSHL Pay Senedi Getirilerinin Nokta Grafiği.....</i>	<i>15</i>
<i>Grafik 1.2 A ve B Portföy Bileşimleri ile Beş Pay Senedinin Ortalama Getiri - Standart Sapma Eşleşmeleri</i>	<i>31</i>
<i>Grafik 2.1 Elverişli Portföyler Dizisi.....</i>	<i>35</i>
<i>Grafik 2.2 Etkin Portföyün Elde Edilmesi</i>	<i>36</i>
<i>Grafik 2.3 Sıfır Beta Modeli'ne Göre Etkin Portföylerin Elde Edilmesi</i>	<i>38</i>
<i>Grafik 2.4. Örnek Portföyün Etkin Sınırı.....</i>	<i>44</i>
<i>Grafik 2.5 Açığa Satışın Kısıtlanma Durumuna Göre Etkin Sınır (Örnek 1 ve Örnek 2)</i>	<i>59</i>
<i>Grafik 3.1 Etkin Sınır ve Sermaye Pazar Doğrusu</i>	<i>82</i>

GİRİŞ

İkinci Dünya Savaşı'nın yol açtığı yıkım ve sonrasında dünya ekonomisinde yaşanan hızlı gelişmenin de etkisiyle çeşitlenen finansal işlemler, yatırımcıları yeni risklerle karşı karşıya bırakmıştır. Buna karşılık, yatırım fırsatlarındaki çeşitliliğin artması, finansal ekonominin önemini artırmıştır. Bu çerçevede, riski kabul edilebilir bir olgu olmaktan çok, ölçülebilir bir değişkene dönüştürme arayışına zemin oluşturmuştur. Bu bağlamda, 1950'den sonra yaklaşık 20 yıllık bir dönem içinde Markowitz'in Portföy Kuramı'na ilişkin çalışmaları ile Sharpe'in Pazar Denge Kuramı'na ilişkin çalışmaları, finans biliminin en önemli yapı taşlarını oluşturmaktadır.

Markowitz (1952)'in modeli iki kısımda incelenebilir: Birinci kısım, gözlem ve deneye dayalı olarak menkul değerlerin gelecek performansı ile ilgili yargılardan oluşurken, ikinci kısım ise, menkul değerlerin gelecek performanslarından yola çıkarak portföy seçim problemi ile sonlanmaktadır. Markowitz, yatırımcının gelecekte beklenen getirisinin bugünkü değerini maksimize etmek istediği kabulünden hareketle daha çok portföy seçimi konusuna odaklanmıştır. İkinci kısım ise, yatırımcının beklediği getirinin istenilen, getirilerin varyansının ise kaçınılan bir durum olduğudur. Markowitz'e göre, bu olgu, bir davranış biçimini, bu davranış biçimine ilişkin bir hipotezi ve bir maksimizasyon problemini kapsamaktadır. Markowitz, beklenen getiriler ve getirilerin varyanslarına göre, beklentiler ile portföy seçimi arasındaki ilişkileri geometrik olarak ortaya koymuştur.

Markowitz (1952 ve 1959), ortalama fayda (beklenen değer) ve varyans veri iken, yatırımcının beklenen faydayı maksimize etmeyi amaçladığını ve bu fayda fonksiyonunun grafiksel olarak içbükey olacağını belirtmektedir. Bu çerçevede, portföyün beklenen getirisi, portföy varyansı ve ortalama- varyans etkin portföylere ilişkin çeşitli matematik gösterimler ortaya koymuştur. Markowitz'e göre etkin portföy, ya belirli bir beklenen getiride varyansı minimize eden ya da belirli bir varyans düzeyinde beklenen getiriyi maksimize eden portföydür.

Modern Portföy Kuramı'nın bir diğer öncüsü olan Sharpe (1963) ise, Markowitz'in yönlendirmelerinin de etkisiyle "Tek Endeks Modeli" olarak adlandırdığı kendi modelini geliştirmiştir. Sharpe'in modeli, Markowitz'in bıraktığı yerden başlamaktadır. Bu modelin ortaya çıkışında Tobin (1958)'in Likidite Tercihi Kuramı'nın etkisi yadsınamaz. Bu kuramda, nakit ile çeşitli vadelerdeki tahvil getirisi arasında bir seçim yapma durumundaki yatırımcının, nakit yerine riskli tahvil portföyünü tercih edeceği belirtilmekte ve servetin yatırımcının risk tercihinine göre nakit dengesi ile optimal tahvil portföyü arasında dağılacağı belirtilmektedir. Tobin (1958)'in çalışması, tüm yatırımcıların Markowitz'in modelini kullanması durumunda hepsinin aynı riskli portföyü seçeceğini öngörmektedir. Burada Markowitz'in "Ortalama - Varyans Modeli" yatırımcının likidite tercihi davranışının saptanması amacıyla kullanılmaktadır.

Sharpe (1963) da benzer şekilde ortalama - varyans portföy seçim modelinden yararlanarak, menkul değer getirileri arasındaki ilişkilerin hesaplamasına ilişkin olarak hesaplama maliyetini oldukça düşüren özel bir kuadratik programlama modeli ortaya koymuştur. Bu modelde Sharpe, herkesin aynı riskli varlık portföyünü elde tutması durumunda, sadece tek bir menkul değere yatırılan toplam miktara bakmanın yeterli olacağını söylemektedir. Dolayısıyla Sharpe'a göre, sadece pazar portföyüne yatırım yapılarak optimal riskli varlık portföyüne ulaşmak mümkün olmaktadır. O nedenle, menkul değerlerin tekil risklerinden çok, pazar getirisi ile olan duyarlılığının ölçülmesi gerektiğini belirtmektedir. Böylelikle, pazar riski portföydeki menkul değerlerin sayısından bağımsız olduğu için, daha az sayıda veri tahmini ile optimal portföye ulaşmak mümkün olmaktadır.

Aynı dönemde Mossin (1966) ve Lintner (1969) tarafından birbirinden bağımsız yapılan çalışmalarla birlikte Sharpe Modeli, "Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli (CAPM)" adıyla Genel Denge Kuramı'nın temelini oluşturan bütüncül bir modele dönüşmüştür. CAPM'nin temeli, bireysel yatırımcının, borç alan portföylerle borç veren portföyler arasında bir bileşim yaparak kendi riskini düzenleyebileceğine ve riskli varlıklar arasında optimal bir portföy oluşturabileceğine dayanmaktadır. CAPM'ye göre bu optimal riskli portföyün bileşimi, yatırımcının riskli varlıklarla ilgili beklentisine biçtiği değere bağlı iken, yüklendiği riske bağlı değildir. Bu, risksiz yatırım (örneğin, hazine bonusu) ya da borçlanma faiz oranı ile riskli portföyün bileşiminin seçimi anlamına gelmektedir. CAPM, hem Markowitz hem de Tobin'in bu önermelerini bir araya getiren ortaklaşa bir yaklaşım sunmaktadır. Bu bağlamda Sharpe (1964), menkul değer portföyünü riskli ve risksiz varlık sınıflarına ayırıp açığa satış problemini de

dikkate alarak, portföy seçim sorununu, varlık sınıflarının pazar getirisine olan duyarlılıklarına göre çözümlemeyi amaçlamıştır.

Bu çalışmada, Excel 2010 bilgisayar yazılımı kullanılarak Markowitz'in "Ortalama – Varyans Modeli" ile CAPM'ye göre portföy seçiminin nasıl yapılacağı aşamalı örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır. Okuyucuyu uygulamadan uzaklaştırmamak adına kuramsal açıklamalardan olabildiğince kaçınılmıştır. Dolayısıyla, çalışma kaleme alınırken okuyucunun Markowitz'in 'Modern Portföy Kuramı' ve Sharpe'in 'Genel Denge Kuramı' konusunda temel bilgilere sahip olduğu varsayılmıştır. Excel 2010 yazılımının sunduğu olanaklar ölçüsünde çözümlemeler olabildiğince kapsamlı işlem tabloları şeklinde vermeye çalışılmıştır. Çalışmanın daha kolay anlaşılabilmesi için okuyucunun işlem tablolarında yer alan hesaplama hücrelerine ilişkin açıklamalara dikkat vermesi yerinde olur. Yapılan işlemler Excel 2010'un Türkçe sürümüne göre açıklanmıştır. Ancak, İngilizce sürümünü kullanan okuyuculara da kolaylık olması bakımından işlem tablolarındaki hücrelerde yer alan işlev içerikleri İngilizce sürüme göre düzenlenmiştir.

Çalışmanın birinci bölümünde ilk olarak, geçmiş fiyat verisinden yararlanarak her iki modele ilişkin temel istatistik hesaplamalara değinilmiş, iki pay senetli bir örnek portföy üzerinden bir portföyün getirisi ile varyansının nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir. Daha sonra iki pay senetli portföy örneğinden yola çıkarak, N sayıda pay senedi için matris gösterimleri ve portföy hesaplamalarına ilişkin matris çözümlerinde Excel 2010 yazılımının nasıl kullanılabileceği açıklanmıştır.

İkinci bölümde ise, açığa satış kısıtlaması ile açığa satış kısıtlaması olmaksızın beş pay senetli bir örnek portföy üzerinden etkin portföy seçiminin nasıl yapılabilceği ve etkin sınırın nasıl oluşturulabileceği açıklanmıştır. Ayrıca, etkin sınır üzerinde yer alan en düşük varyanslı portföyün nasıl hesaplanabileceği belirtilmiş, varyans – kovaryans matrisi hesaplama yönteminin en düşük varyanslı portföy üzerindeki etkisi hesaplanmıştır.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, CAPM ve Menkul Değer Pazar Doğrusu incelenmiş, beş pay senetli bir portföy örneğinden başlayarak Kocaeli Kent Endeksi'nde yer alan pay senetleri üzerinden menkul değer pazar doğrusunun nasıl test edilebileceğine ilişkin örnek bir uygulamaya yer verilmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde ise, Markowitz'in ortalama – varyans modeline seçenek olarak Black ve Litterman (1992) tarafından geliştirilmiş olan ve Türkiye'de henüz yeni yeni incelenmeye başlanan Black – Litterman Optimizasyonu'na ilişkin olarak Kocaeli Kent Endeksi üzerinden geliştirilmiş karşılaştırmalı bir örnek uygulama yer almaktadır.

1 TEMEL HESAPLAMALAR

Bu bölümde, günlük veriler üzerinden portföy hesaplamaları ile ilgili temel bilgiler açıklanmıştır. Bu çerçevede, ilk olarak geçmiş fiyat verisinden yararlanılarak iki pay senetli bir örnek portföy üzerinden bir portföyün getirisi ile varyansının nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir. Daha sonra iki pay senetli portföy örneğinden yola çıkılarak, N sayıda varlık için matris gösterimleri ve Excel’de matris uygulamalarına ilişkin örnek çözümlere yer verilmiştir.

Burada yol gösterici olması bakımından bazı temel gösterimlerden söz etmekte yarar vardır: $E(r_i)$, herhangi bir i varlığının -örneklerde çoğunlukla pay senedi kastedilmesine rağmen bu varlık tahvil, gayrimenkul vb. de olabilir- beklenen getirisi; $\sigma_{r_i}^2$, i varlığının getirilerinin varyansı ve $Cov(r_i, r_j)$, i ile j varlığının getirileri arasındaki kovaryansı göstermektedir. $\rho_{r_i r_j}$ ise, i ile j varlığının getirileri arasındaki korelasyonu ifade etmektedir.

1.1 Tekil Pay Senedi Getirilerinin Hesaplanması

Bir pay senedinin günlük getirisi, bir gün önce satın alınıp, izleyen gün sonunda satılarak pay senedi yatırımcısı tarafından gün sonunda elde edilen yüzdesel getiridir. Örneğin, MRSHL için günlük getiri r_{MRSHL} ;

$$r_{MRSHL} = \ln \left(\frac{P_{MRSHL,t}}{P_{MRSHL,t-1}} \right)$$

şeklinde hesaplanır. Bu hesaplama, pay senedinin kesiksiz (sürekli) bileşik getirisine işaret etmektedir. Aşağıdaki işlem tablosunda İMKB'nin internet sitesinden alınmış beş adet pay senedinin 258 iş günü için düzeltilmiş fiyatları ile yukarıdaki eşitliğe göre hesaplanmış getirileri yer almaktadır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.												
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
255														
256														
257														
258														
259														
260														
261														
262														
263														
264														

Kesiksiz bileşik getiri hesabında, r_t ; $(t-1, t)$ dönemi boyunca elde edilen getiri oranını göstermek üzere, $P_t = P_{t-1}e^{r_t}$ olduğu varsayılmaktadır. Örneğin, $r_1, r_2, \dots, r_{260}$; 260 günlük getiri serisini gösterebilir. 258 günün sonunda pay senedi fiyatı, $P_{260} = P_0 e^{r_1 + r_2 + \dots + r_{260}}$ olacaktır. Fiyat ve getirilerle ilgili bu önermeye göre, *ortalama dönemsel getiri*, $r = (r_1 + r_2 + \dots + r_{258})/258$ şeklinde hesaplanabilir.

Seçenek olarak pay senedi getirisi doğrudan doğruya kapanış fiyatları üzerinden $r_{MRSHL} = \left(\frac{P_{MRSHL,t} - P_{MRSHL,t-1}}{P_{MRSHL,t-1}} \right) = \left(\frac{P_{MRSHL,t}}{P_{MRSHL,t-1}} - 1 \right)$ şeklinde kesikli (sürekli) biçimde de hesaplanabilir. Ancak, 258 günlük geçmiş getiri verisinin, gelecek dönem için beklenen getiri dağılımını temsil ettiği varsayıldığında, kesikli bileşik getiri yerine kesiksiz bileşik getirinin kullanılması daha doğru bir yöntemdir.

Kesiksiz bileşik getiri daima kesikli bileşik getiriden daha düşük olur; ancak aralarındaki fark çok yüksek değildir. Aşağıdaki işlem tablosu seçilmiş iki pay senedi için bu iki getiri hesabı arasındaki farkı göstermektedir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		KESİKSİZ GETİRİ İLE KESİKLİ GETİRİ KARŞILAŞTIRMASI								
3		Tarih	DYOB	Kesiksiz Getiri	Kesikli Getiri		MRSHL	Kesiksiz Getiri	Kesikli Getiri	
4		03.08.2010	1,34				35,00			
5		04.08.2010	1,36	1,48%	1,49%		35,50	1,42%	1,43%	<-- =G5/G4-1
6		05.08.2010	1,35	-0,74%	-0,74%		38,25	7,46%	7,75%	
7		06.08.2010	1,33	-1,49%	-1,48%		36,50	-4,68%	-4,58%	H5 hücresi =LN(G5/G4) şeklinde hesaplanır.
8		09.08.2010	1,33	0,00%	0,00%		38,00	4,03%	4,11%	
9		10.08.2010	1,31	-1,52%	-1,50%		36,75	-3,34%	-3,29%	
10		11.08.2010	1,34	2,26%	2,29%		39,00	5,94%	6,12%	
11		12.08.2010	1,34	0,00%	0,00%		35,25	-10,11%	-9,62%	
12		13.08.2010	1,33	-0,75%	-0,75%		34,25	-2,88%	-2,84%	
13		16.08.2010	1,33	0,00%	0,00%		34,00	-0,73%	-0,73%	
14		17.08.2010	1,30	-2,28%	-2,26%		33,75	-0,74%	-0,74%	
15		18.08.2010	1,28	-1,55%	-1,54%		33,00	-2,25%	-2,22%	
16		19.08.2010	1,26	-1,57%	-1,56%		32,50	-1,53%	-1,52%	
17		20.08.2010	1,33	5,41%	5,56%		32,00	-1,55%	-1,54%	
18		23.08.2010	1,29	-3,05%	-3,01%		32,00	0,00%	0,00%	
254		19.07.2011	1,59	-0,63%	-0,62%		48,10	0,00%	0,00%	
255		20.07.2011	1,61	1,25%	1,26%		48,30	0,41%	0,42%	
256		21.07.2011	1,52	-5,75%	-5,59%		45,50	-5,97%	-5,80%	
257		22.07.2011	1,49	-1,99%	-1,97%		44,70	-1,77%	-1,76%	
258		25.07.2011	1,50	0,67%	0,67%		44,30	-0,90%	-0,89%	
259		26.07.2011	1,49	-0,67%	-0,67%		46,00	3,77%	3,84%	
260		27.07.2011	1,50	0,67%	0,67%		46,10	0,22%	0,22%	
261		28.07.2011	1,54	2,63%	2,67%		46,90	1,72%	1,74%	
262										

1.2 Kâr Paylarına Göre Getirinin Düzeltilmesi

Elde tutma dönemi içinde kâr payı ödemesi olmuş ise, hesaplamaların daha gerçekçi olması bakımından, bunu getiri hesaplamasına yansıtmak gerekir. Bununla birlikte, İMKB gibi güvenilir kaynaklardan elde edilen verilerin, kâr paylarına göre “düzeltilmiş” fiyatları içerdiği bilinmektedir.

Pay senedi getirileri kâr paylarına göre iki şekilde düzeltilebilir: Birincisi ve belki de en basiti, fiyatlardaki yıllık değişime kâr paylarını da eklemektir. Örneğin, aşağıdaki işlem tablosundan da anlaşıldığı gibi, 2010’un başında 10,70 TL’ye satın alınmış bir adet MRSHL pay senedinin, yıl sonunda 30,20 TL’ye satıldığı ve satılıncaya kadar geçen bir yıl içinde pay başına 0,31 TL kâr payı alındığı varsayalım. Bu durumda, MRSHL pay senedinin 2010 yılı sonundaki getirisi;

$$r_{MRSHL, Kesikli Bileşik} = \frac{30,20 + 0,31}{10,70} - 1 = 1,8510 \Rightarrow \%185,10$$

olur. Aynı pay senedinin kesiksiz bileşik getirisi ise şöyledir:

$$r_{MRSHL, Kesiksiz Bileşik} = \ln \left[\frac{30,20 + 0,31}{10,7} \right] = 1,0477 \Rightarrow \%104,77$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		Kâr Paylarına Göre Düzeltilmiş Yılsonu MRSHL Pay Senedi Getirileri						
3		Yıllar	Yılsonu Pay Fiyatı	Pay Başına Kâr Payı	Kesikli Bileşik Getiri	Kesiksiz Bileşik Getiri		
4		2000	31,50				$=(C5+D5)/C4-1$	
5		2001	31,00	0,76	0,83%	0,83%		
6		2002	27,50	0,31	-10,30%	-10,87%		
7		2003	39,00	0,36	43,14%	35,87%	$=LN((D5+C5)/C4)$	
8		2004	27,00	0,72	-28,92%	-34,14%		
9		2005	31,25	0,00	15,74%	14,62%		
10		2006	25,20	1,13	-15,76%	-17,15%		
11		2007	15,40	1,28	-33,83%	-41,29%		
12		2008	6,35	1,14	-51,37%	-72,09%		
13		2009	10,70	0,71	79,68%	58,60%		
14		2010	30,20	0,31	185,10%	104,77%		
15								
16		Yıllık Aritmetik Getiri			18,43%	3,91%	$=AVERAGE(F5:F14)$	
17		Getirilerin Standart Sapması			66,56%	49,23%	$=STDEVP(F5:F14)$	
18								

Getirilerin düzeltilmesinde bir diğer yöntem, kâr payının yeniden aynı pay senedine yatırıldığı varsayılmasıdır. Örneğin, aşağıdaki işlem tablosuna göre, MRSHL pay senedi, 2000 yılının sonunda 31,50 TL'den satın alınmıştır. Dolayısıyla, 2001'in sonunda da yatırımcının elinde bir adet MRSHL pay senedi bulunmaktadır. Eğer, 2001 döneminde alınan 0,76 TL kâr payı, yıl sonu fiyatı 31,00TL'den pay senedi edinmek için kullanılırsa yatırımcı;

$$\frac{0,76 \text{ TL}}{31,00 \text{ TL}} \approx 0,0245 \text{ adet}$$

ek pay senedi edinmiş olur. Bu, 2002'nin başında yatırımcının elinde yaklaşık 1,0245 adet MRSHL pay senedi olacağı anlamına gelmektedir. 2002 yılında pay başına kâr payı 0,31 TL olduğundan, eldeki pay senetleri üzerinden alınan toplam kâr payı tutarı ise, $1,0245 \times 0,31 \text{ TL} \approx 0,315 \text{ TL}$ 'dir. Alınan kâr payının, yeniden pay senedine yatırılması durumunda yatırımcının eline;

$$\frac{0,315 \text{ TL}}{27,50 \text{ TL}} \approx 0,0112 \text{ adet}$$

ek pay senedi geçecektir. Görüldüğü gibi, 2000 yılında yatırımcının elinde 1 adet MRSHL pay senedi bulunurken, 2002'nin sonunda elindeki pay senedi sayısı $1+0,0245+0,0112 \approx 1,036$ 'ya çıkmaktadır. Anlaşıldığı gibi, 2010 yılının sonuna gelindiğinde, alınan kâr paylarının yeniden yatırılması durumunda, birikimli olarak yatırımcının elinde yaklaşık 46,59 TL değerinde 1,543 adet MRSHL pay senedi bulunacaktır.

	I	J	K	L	M	N	O	P
1								
2		Kâr Paylarının Yeniden Pay Senetlerine Yatırılması Durumunda Yılsonu MRSHL Pay Senedi Getirileri						
3	Yıllar	Dönembaşı Pay Sayısı	Yılsonu Pay Fiyatı	Pay Başına Kâr Payı	Toplam Kâr Payı	Dönemsonu Pay Sayısı	Yılsonu Pay Değeri	
4	2000		31,50				31,500	=J6+M6/K6
5	2001	1,0000	31,00	0,76	0,760	1,0245	31,780	
6	2002	1,0245	27,50	0,31	0,315	1,0360	28,489	=N6*K6
7	2003	1,0360	39,00	0,36	0,377	1,0466	40,780	
8	2004	1,0466	27,00	0,72	0,753	1,0735	28,985	
9	2005	1,0735	31,25	0,00	0,000	1,0735	33,547	=J6*L6
10	2006	1,0735	25,20	1,13	1,208	1,1214	28,260	
11	2007	1,1214	15,40	1,28	1,430	1,2143	18,700	
12	2008	1,2143	6,35	1,14	1,383	1,4321	9,094	
13	2009	1,4321	10,70	0,71	1,017	1,5271	16,340	
14	2010	1,5271	30,20	0,31	0,467	1,5426	46,586	
15								
16			Yıllık Kesiksiz Getiri				3,91%	=LN(O14/O4)/10
17			Bileşik Geometrik Getiri				3,99%	=(O14/O4)^(1/10)-1
18								

Yukarıdaki açıklamalar ışığında bu yatırımdan elde edilen ortalama getiri iki şekilde hesaplanabilir; birincisi kesiksiz bileşik getiridir:

$$r_{Kesiksiz\ Bileşik} = \ln \left[\frac{\text{Dönemsonu Yatırım Değeri}}{\text{Dönembaşı Yatırım Değeri}} \right] / n$$

$$r_{MRSHL, Bileşik} = \ln \left[\frac{46,586}{31,50} \right] / 10 = 0,0391 \Rightarrow \%3,91$$

Dikkat edilirse, burada hesaplanan kesiksiz bileşik getiri bir önceki işlem tablosunda yer alan [F16] hücresinde de görüldüğü gibi, kâr paylarına göre düzeltilmiş yılsonu kesiksiz bileşik getirilerin aritmetik ortalamasına eşittir.

İkincisi ise, geometrik getiridir:

$$r_{Kesiksiz\ Geometrik} = \left[\frac{\text{Dönemsonu Yatırım Değeri}}{\text{Dönembaşı Yatırım Değeri}} \right]^{1/n} - 1$$

$$r_{MRSHL, Geometrik} = \left[\frac{46,586}{31,50} \right]^{1/10} - 1 = 0,0399 \Rightarrow \%3,99$$

1.3 Tekil Pay Senedinin Beklenen Getiri, Varyans ve Standart Sapmasının Hesaplanması

Pay senetlerinin geçmiş getirilerinin, gelecekteki getirileri temsil ettiği ve pay senetleri ile ilgili geçmiş bilgilerin, getirilerin gelecek davranışını açıkladığı varsayılın. Bu varsayımdan yola çıkılarak, geçmiş getirilerin ortalamasının, her bir pay senedinden gelecekte beklenen günlük getiriyi temsil ettiği de varsayılabilir. Bu bağlamda, örneğin

DYOBY pay senedinin beklenen getirisi geçmiş dönemde gözlenen getirilerin ortalaması olacaktır:

$$E(r_{DYOBY}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{DYOBY,t}$$

Getirilerin varyansı ise, her bir dönem getirisinin, beklenen getiriden sapmalarının ortalamasıdır:

$$\sigma_{r_{DYOBY}}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{DYOBY,t} - E(r_{DYOBY})]^2$$

DYOBY pay senedi getirilerinin standart sapması da varyansının karekökü alınarak hesaplanır:

$$\sigma_{r_{DYOBY}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{DYOBY,t} - E(r_{DYOBY})]^2}$$

Tekil pay senedine ilişkin bu hesaplamalar Excel'de de yapılabilir. Burada, eldeki geçmiş verinin tüm ana kitleyi temsil ettiği varsayılıyorsa ana kitle varyansı için VAR, ana kitlenin standart sapması için STDSAPMA ya da KAREKÖK(VAR) işlevleri kullanılır. Beklenen getiri hesaplamasında ise ORTALAMA işlevinden yararlanılır¹.

Bu bilgilere göre, DYOBY ve MRSHL pay senetlerinin getirilerine ilişkin temel istatistikler şu şekildedir:

	A	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1												
2												
3				DYOBY			MRSHL					
4				Kesiksiz	Kesikli		Kesiksiz	Kesikli				
5			Günlük Ortalama Getiri	0,05%	0,09%		0,11%	0,20%	<--	=AVERAGE(D5:D261)		
6			Günlük Varyans	0,07%	0,07%		0,17%	0,17%	<--	=VARP(D5:D261)		
7			Günlük Standart Sapma	2,64%	2,63%		4,07%	4,07%	<--	=STDEVP(D5:D261)		
8												

¹ Örnek varyansı $S_{r_{DYOBY}}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n [r_{DYOBY,t} - E(r_{DYOBY})]^2$ için VARS ve örnek standart sapması

$S_{r_{DYOBY}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n [r_{DYOBY,t} - E(r_{DYOBY})]^2}$ için STDSAPMAS ya da KAREKÖK(VARS) işlevleri kullanılmalıdır.

1.4 Dönem Getirisinden Yıllık Getiri ve Varyansların Hesaplanması

n dönem için hesaplanmış günlük ortalama kesiksiz getiri üzerinden ortalama yıllık getiri;

$$r_{YIL} = 360 \times \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \right]$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Günlük getirilerin rastsal olarak dağıldığı varsayımı altında, günlük getirilerin yıllık varyansı;

$$Var(r_{YIL}) = 360 \times \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Var(r_t) \right] = 360 \times \sigma_{r,Günlük}^2$$

standart sapması ise; $\sigma_{r,YIL} = \sqrt{360} \times \sigma_{r,Günlük}$ 'tür.

Daha önce temel istatistikleri günlük olarak hesaplanmış olan DYOBY ve MRSHL pay senetlerinin yıllık dönüşümleri, aşağıdaki Excel hesaplama tablosunda verilmiştir:

	A	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1												
2												
3				DYOBY			MRSHL					
4				Kesiksiz	Kesikli		Kesiksiz	Kesikli				
5			Günlük Ortalama Getiri	0,05%	0,09%		0,11%	0,20%	<-- =AVERAGE(D5:D261)			
6			Günlük Varyans	0,07%	0,07%		0,17%	0,17%	<-- =VARP(D5:D261)			
7			Günlük Standart Sapma	2,64%	2,63%		4,07%	4,07%	<-- =STDEVP(D5:D261)			
8												
9			Yıllık Ortalama Getiri	19,49%	31,98%		41,00%	70,76%	<-- =360*M5			
10			Yıllık Varyans	25,06%	24,83%		59,53%	59,58%	<-- =360*M6			
11			Yıllık Standart Sapma	50,06%	49,83%		77,16%	77,19%	<-- =SQRT(360)*Q7			
12												

1.5 Kovaryans ve Korelasyon Katsayılarının Hesaplanması

Getirilerin kovaryansı ve kovaryanstan türetilen korelasyon katsayısı, varlık getirilerinin birlikte hareket etme derecesini göstermektedir. n gözlem sayısını göstermek üzere DYOBY ve MRSHL pay senetlerinin getirileri arasındaki kovaryans;

$$Cov_{r_{DYOBY}, r_{MRSHL}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{DYOBY} - E(r_{DYOBY})] \times [r_{MRSHL} - E(r_{MRSHL})]$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Örnek olayda yer alan 257 adet gözlem için bu hesaplama şu şekilde yapılabilir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		DYOBÝ İLE MRSHL ARASINDAKİ KOVARYANSIN HESAPLANMASI									
3											
4		Tarih	DYOBÝ (TL)	Getiri	Getiri eksi Ortalama Getiri		MRSHL (TL)	Getiri	Getiri eksi Ortalama Getiri		Çarpım
5		03.08.2010	1,34				35,00				
6		04.08.2010	1,36	1,48%	1,43%		35,50	1,42%	1,30%	<-- =H6-\$Q\$5	0,0002
7		05.08.2010	1,35	-0,74%	-0,79%		38,25	7,46%	7,35%		-0,0006
8		06.08.2010	1,33	-1,49%	-1,55%		36,50	-4,68%	-4,80%		0,0007
9		09.08.2010	1,33	0,00%	-0,05%		38,00	4,03%	3,91%		0,0000
10		10.08.2010	1,31	-1,52%	-1,57%		36,75	-3,34%	-3,46%		0,0005
11		11.08.2010	1,34	2,26%	2,21%		39,00	5,94%	5,83%		0,0013
12		12.08.2010	1,34	0,00%	-0,05%		35,25	-10,11%	-10,22%		0,0001
13		13.08.2010	1,33	-0,75%	-0,80%		34,25	-2,88%	-2,99%		0,0002
14		16.08.2010	1,33	0,00%	-0,05%		34,00	-0,73%	-0,85%		0,0000
15		17.08.2010	1,30	-2,28%	-2,34%		33,75	-0,74%	-0,85%		0,0002
16		18.08.2010	1,28	-1,55%	-1,60%		33,00	-2,25%	-2,36%		0,0004
17		19.08.2010	1,26	-1,57%	-1,63%		32,50	-1,53%	-1,64%		0,0003
18		20.08.2010	1,33	5,41%	5,35%		32,00	-1,55%	-1,66%		-0,0009
253		15.07.2011	1,58	-1,26%	-1,31%		48,40	-1,64%	-1,75%		0,0002
254		18.07.2011	1,60	1,26%	1,20%		48,10	-0,62%	-0,74%		-0,0001
255		19.07.2011	1,59	-0,63%	-0,68%		48,10	0,00%	-0,11%		0,0000
256		20.07.2011	1,61	1,25%	1,20%		48,30	0,41%	0,30%		0,0000
257		21.07.2011	1,52	-5,75%	-5,81%		45,50	-5,97%	-6,09%		0,0035
258		22.07.2011	1,49	-1,99%	-2,05%		44,70	-1,77%	-1,89%		0,0004
259		25.07.2011	1,50	0,67%	0,61%		44,30	-0,90%	-1,01%		-0,0001
260		26.07.2011	1,49	-0,67%	-0,72%		46,00	3,77%	3,65%		-0,0003
261		27.07.2011	1,50	0,67%	0,61%		46,10	0,22%	0,10%		0,0000
262		28.07.2011	1,54	2,63%	2,58%		46,90	1,72%	1,61%		0,0004
263											

	A	O	P	Q	R	S	T	U	V
1									
2									
3									
4		Günlük	DYOBÝ	MRSHL					
5		Ortalama Getiri	0,05%	0,11%	<-- =AVERAGE(H6:H262)				
6		Getirilerin Varyansı	0,00070	0,0017	<-- =VARP(I6:I262)				
7		Getirilerin Standart Sapması	2,64%	4,07%	<-- =STDEVP(I6:I262)				
8									
9		Kovaryans	0,00017		<-- =AVERAGE(K6:K262)				
10			0,00017		<-- =COVAR(E6:E262,I6:I262)				
11									
12		Korelasyon Katsayısı	0,15465		<-- =P9/(P7*Q7)				
13			0,15465		<-- =P9/(STDEVP(D6:D262)*STDEVP(H6:H262))				
14			0,15465		<-- =CORREL(D6:D262,H6:H262)				
15									

Yukarıdaki işlem tablosunda yer alan *Çarpım* sütunu, her iki pay senedinin günlük getirilerinin ortalama getirilerinden sapmalarının çarpımlarını göstermektedir. Kovaryans, bu çarpımların gözlem sayısına göre alınmış ortalamasıdır; yani ORTALAMA (Çarpım) = 0,00017. Ancak, Excel'in KOVARYANS işlevi kullanılarak getiriler ve ortalamalar arasındaki farklar alınmadan da kovaryans kolaylıkla hesaplanabilir. [P10] hücresinde de görüldüğü gibi, işlevler menüsünden KOVARYANS işlevini açtıktan sonra her iki getiri seri aralığını seçmek yeterli olacaktır.

Büyüklüğü hesaplanan getirilerin ölçü birimine bağlı olduğundan kovaryansın yorumlanması güçtür. Örneğin, getiriler yüzde olarak değil de tam sayı şeklinde alınsaydı, aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [P10] hücresinde de görüldüğü gibi kovaryans rakamı, 0,00017'ün 10 bin katı kadar yani yaklaşık 1,7 olacaktı.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													
42													
43													
44													
45													
46													
47													
48													
49													
50													
51													
52													
53													
54													
55													
56													
57													
58													
59													
60													
61													
62													
63													
64													
65													
66													
67													
68													
69													
70													
71													
72													
73													
74													
75													
76													
77													
78													
79													
80													
81													
82													
83													
84													
85													
86													
87													
88													
89													
90													
91													
92													
93													
94													
95													
96													
97													
98													
99													
100													

	A	O	P	Q	R	S	T	U
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								

Bir diğer birlikte eğilim ölçütü ise korelasyon katsayısıdır. Örneğin, DYOBY ve MRSHL pay senetleri için korelasyon katsayısı şu şekilde hesaplanmaktadır:

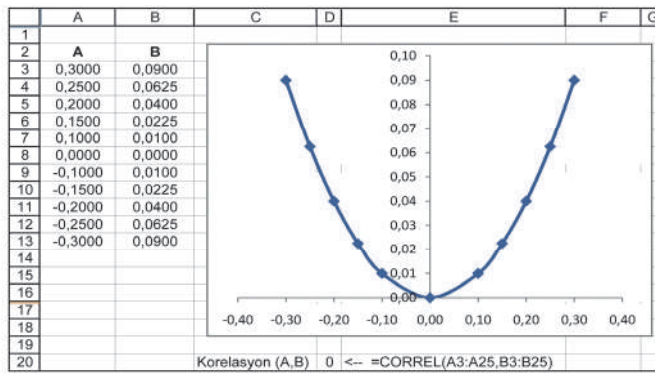
$$\rho_{r_{DYOBY}, r_{MRSHL}} = \frac{Cov\rho_{r_{DYOBY}, r_{MRSHL}}}{\sigma_{DYOBY}\sigma_{MRSHL}}$$

Kovaryansta olduğu gibi, korelasyon katsayısı da Excel'de hesaplanabilir. Yukarıdaki işlem tablosunda yer alan [R12], [R13] ve [R14] hücrelerinde korelasyon katsayısının çeşitli hesaplama şekilleri verilmiştir ($\rho_{r_{DYOBY}, r_{MRSHL}} \approx 0,1547$). Görüldüğü gibi, korelasyon katsayısı birimsiz bir sayıdır. [R14] hücresinde KORELASYON işlevi yardımıyla korelasyon katsayısının nasıl hesaplanacağı görülmektedir. Bunun için, KORELASYON (DYOBY Getiri Aralığı, MRSHL Getiri Aralığı) şeklinde veri aralıklarının belirtilmesi gerekir.

Korelasyon katsayısı, herhangi iki pay senedi getirisi arasındaki doğrusal ilişkiyi ölçmek için kullanılmaktadır. Bu katsayı ile ilgili şu temel bulgulardan söz edilebilir:

- Korelasyon katsayısı daima -1 ile +1 arasında bir değer alır.

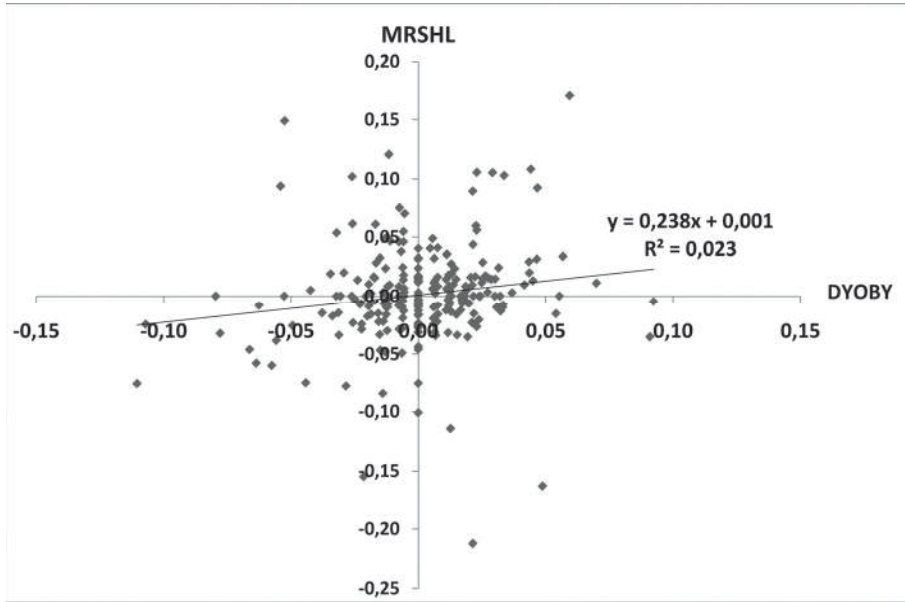
$$[-1 \leq \rho_{r_i, r_j} \leq +1]$$
- Korelasyon katsayısı +1 ise, iki pay senedi getirisi arasında aynı yönde tam doğrusal ilişki var demektir $[\rho_{r_i, r_j} = +1 \Rightarrow r_{i,t} = a + b \times r_{j,t} \leftarrow b > 0]$.
- Korelasyon katsayısı -1 ise, iki pay senedi getirisi arasında ters yönde tam doğrusal ilişki var demektir $[\rho_{r_i, r_j} = -1 \Rightarrow r_{i,t} = a + b \times r_{j,t} \leftarrow b < 0]$.
- Pay senetlerinin getiri dağılımları birbirinden bağımsız ise, korelasyon katsayısı 0 çıkar. Ancak, aşağıdaki örnekten de anlaşıldığı gibi, bu ifade tersten okunduğunda, yani korelasyon katsayısı hesapsal olarak 0 çıkarsa, iki değişkenin getirileri birbirinden bağımsız olur anlamı da çıkmamaktadır. Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan örnekten de anlaşıldığı gibi, A ve B değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısı 0 olsa da, yani birbirinden bağımsız gibi görünse de, grafiksel olarak iki değişkenin dağılımı mükemmel derecede simetriktir.



Excel’de korelasyon katsayısını hesaplamanın bir başka yolu da *Eğilim Çizgisi* işlevini kullanmaktır. Bu işleyle, MRSHL pay senedi getirileri DYOBY pay senedi getirilerine regrese edilmektedir. Öncelikle, DYOBY ve MRSHL pay senetlerinin getirilerinin aynı düzlemde yer aldığı nokta dağılım grafiğini oluşturmak gerekir. Bunun için, Excel’deki grafik sihirbazından yararlanılabilir. Nokta dağılım grafiği oluşturulduktan sonra veri dağılımı üzerinde sağ tıklanır ve *Eğilim Çizgisi Ekle* seçeneği seçilir. Açılan pencerede de *Doğrusal*, *Grafik Üzerinde Denklemi Görüntüle* ve *Grafik Üzerinde R-kare Değerini Görüntüle* seçenekleri tıklandığında DYOBY ve MRSHL pay senedi getirilerinin doğrusal regresyon denklemi, eğilim çizgisi ve aralarındaki korelasyon göstergesi olan R^2 değeri grafik üzerinde görüntülenmiş olur.

DYOBY ve MRSHL pay senedi getirilerinin koordinat bileşimleri Grafik 1.1’de görülmektedir. Grafikteki R^2 değerinin karekökü, önceki hesaplama tablolarından da anlaşıldığı gibi korelasyon katsayısına eşittir.

Grafik 1.1 DYOBY ile MRSHL Pay Senedi Getirilerinin Nokta Grafiği



1.6 İki Pay Senetli Bir Portföyün Ortalama Getirisi ile Varyansının Hesaplanması

1950’li yıllara kadar yatırımcıların, yatırımları ile ilgili üstlendikleri birtakım riskler olduğunun farkında olmalarına rağmen, bu risklerin nasıl ölçüleceği konusunda herhangi bir düşünceleri yoktu. Geleneksel portföy kuramında, portföy ne kadar çok sayıda pay senedine ve sektöre dağıtılsa çeşitlendirmenin de o kadar başarılı olacağı ve varyansın düşeceği kabul edilmekteydi.

İlk olarak Markowitz (1952) belirli varsayımlar altında, bir portföyün beklenen getirilerinin varyansının o portföyün riskini ölçmede kullanılabilecek iyi bir ölçü olacağını düşünmüş ve buna ilişkin bir hesaplama şekli ortaya koymuştur. Bu bağlamda, çeşitlendirmenin pay senedi getirileri arasındaki ilişkiye (korelasyona) dayanması gerektiğini ve belli bir pay senedi adedinden sonra portföye alınan pay senetlerinin portföy varyansının düşürülmesinde yararı olmayacağı görüşünü ortaya atmıştır (Konuralp, Sermaye Piyasaları: Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi, 2001). Markowitz (1959)'ün varyans hesaplaması, portföy varyansının nasıl düşürüleceğini açıklamakla kalmayıp, aynı zamanda etkin bir çeşitlendirmenin nasıl olması gerektiğine de işaret etmektedir.

Örneğin, DYOBV ve MRSHL pay senetlerinden eşit ağırlıklı bir portföy oluşturulduğu varsayılın. Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [I15] ve [I16] hücrelerinden de anlaşıldığı gibi, eşit ağırlıklı bu portföyün ortalama getirisi, %0,08 olarak hesaplanmıştır:

$$E(r_p) = E(r_{DYOBV}) \times 0,50 + E(r_{MRSHL}) \times 0,50$$

$$E(r_p) = 0,0005 \times 0,50 + 0,0011 \times 0,50 = 0,0008 \Rightarrow \%0,08$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6	Tarih	DYOBV	MRSHL	Portföy							
7	04.08.2010	0,0148	0,0142	1,45%	<-- =B6*\$H\$13+C6*\$I\$13	Tekil Pay Senetlerinin;	DYOBV	MRSHL			
8	05.08.2010	-0,0074	0,0746	3,36%	<-- =B7*\$H\$13+C7*\$I\$13	Ortalama Getirisi	0,05%	0,11%	<-- =AVERAGE(C6:C262)		
9	06.08.2010	-0,0149	-0,0468	-3,09%		Varyansı	0,0007	0,0017	<-- =VARP(C6:C262)		
10	09.08.2010	0,0000	0,0403	2,01%		Standart Sapması	2,64%	4,07%	<-- =SQRT(I8)		
11	10.08.2010	-0,0152	-0,0334	-2,43%		Kovaryansı	0,0002		<-- =COVAR(B6:B262,C6:C262)		
12	11.08.2010	0,0228	0,0594	4,10%							
13	12.08.2010	0,0000	-0,1011	-5,05%		Tekil Pay Senetlerinin Portföydeki Ağırlıkları	0,5	0,5	<-- =1-H13		
14	13.08.2010	-0,0075	-0,0288	-1,81%		Portföyün;					
15	16.08.2010	0,0000	-0,0073	-0,37%		Ortalama Getirisi		0,08%	<-- =AVERAGE(D6:D262)		
16	17.08.2010	-0,0228	-0,0074	-1,51%				0,08%	<-- =H7*H13+I7*I13		
17	18.08.2010	-0,0155	-0,0225	-1,90%		Varyansı		0,0007	<-- =VARP(D3:D262)		
18	19.08.2010	-0,0157	-0,0153	-1,55%				0,0007	<-- =H8*I13*2+I8*I13*2+2*I10*I13*I13		
19	20.08.2010	0,0000	-0,0317	-1,59%		Standart Sapması		2,59%	<-- =STDEVPI(D6:D262)		
20	24.08.2010	0,0077	-0,0163	-0,43%				2,59%	<-- =SQRT(I18)		
21	25.08.2010	0,0077	-0,0082	-0,03%							
22	26.08.2010	-0,0077	-0,0083	-0,80%							
23	27.08.2010	0,0126	-0,0062	0,32%							
24	18.07.2011	-0,0063	0,0000	-0,31%							
25	19.07.2011	0,0125	0,0041	0,83%							
26	20.07.2011	-0,0575	-0,0597	-5,86%							
27	21.07.2011	-0,0199	-0,0177	-1,88%							
28	22.07.2011	0,0067	-0,0090	-0,11%							
29	25.07.2011	-0,0067	0,0377	1,55%							
30	26.07.2011	0,0067	0,0022	0,44%							
31	27.07.2011	0,0263	0,0172	2,18%							
32	28.07.2011										

Görüldüğü gibi, herhangi bir portföyün ortalama getirisi, portföydeki pay senetlerinin *ağırlıklı ortalama getirisi*dir. Eğer, DYOBV pay senedine yapılan yatırımın portföy içindeki payı w ise, MRSHL pay senedine yapılan yatırımın payı $(1-w)$ 'dir. Bu durumda, portföyün beklenen getirisi;

$$E(r_p) = E(r_{DYOBV}) \times w + E(r_{MRSHL}) \times (1 - w)$$

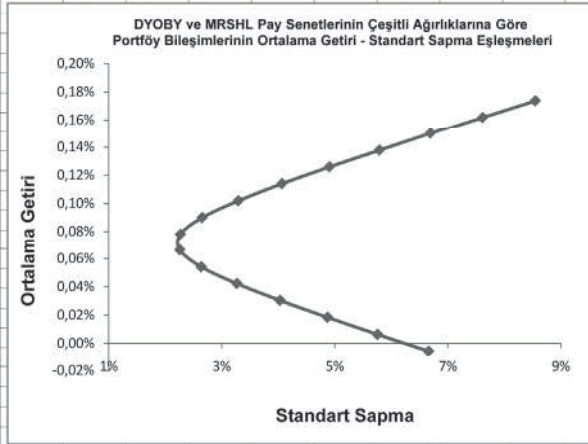
olur. Ancak, portföyün varyansı, ortalama getiri hesaplamasında olduğu gibi, pay senetleri varyanslarının ağırlıklı ortalaması değildir. Örneğin, DYOB ve MRSL gibi iki pay senedinden oluşan bir portföyün varyansı şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_p^2 = \sigma_{DYOB}^2 w^2 + \sigma_{MRSL}^2 (1 - w)^2 + 2Cov_{DYOB,MRSL} w(1 - w)$$

Aşağıdaki eşitlikten anlaşıldığı gibi, kovaryansı korelasyon katsayısı cinsinden ifade ederek de bu hesaplama yapılabilir:

$$\sigma_p^2 = \sigma_{DYOB}^2 w^2 + \sigma_{MRSL}^2 (1 - w)^2 + 2\rho_{DYOB,MRSL} \sigma_{DYOB} \sigma_{MRSL} w(1 - w)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		İKİ PAY SENETLİ BİR PORTFÖYÜN ORTALAMA GETİRİ VE STANDART SAPMASININ HESAPLANMASI													
3															
4		Tekil Pay Senetlerinin;	DYOB	MRSL											
5		Ortalama Getirisi	0,05%	0,11%											
6		Varyansı	0,07%	0,17%											
7		Standart Sapması	2,64%	4,07%											
8		Kovaryansı	0,0002												
9															
10		DYOB'un Ağırlığı	0,5	<-- Aşağıdaki tabloda -0,50'den 1,5'a değişen ağırlıkları sıralanmıştır.											
11															
12		Portföyün;													
13		Ortalama Getirisi	0,08%	<-- =C10*C5+(1-C10)*D5											
14		Varyansı	0,0006	<-- =C10^2*C6+(1-C10)^2*D6+2*C10*(1-C10)*C9											
15		Standart Sapması	2,42%	<-- =SQRT(C14)											
16															
17			Portföy												
18		DYOB'un	Standart	Ortalama											
19		Varsayımsal Ağırlıkları	Sapma	Getiri	Tablo Başlığı: =C15,=C13										
20		-1	8,55%	0,17%											
21		-0,8	7,62%	0,16%											
22		-0,6	6,70%	0,15%											
23		-0,4	5,79%	0,14%											
24		-0,2	4,91%	0,13%											
25		0	4,07%	0,11%											
26		0,2	3,30%	0,10%											
27		0,4	2,66%	0,09%											
28		0,6	2,27%	0,08%											
29		0,8	2,26%	0,07%											
30		1	2,64%	0,05%											
31		1,2	3,27%	0,04%											
32		1,4	4,04%	0,03%											
33		1,6	4,88%	0,02%											
34		1,8	5,76%	0,01%											
35		2	6,66%	-0,01%											
36															
37															
38															
39															
40															
41															
42															
43															



Yukarıda görüldüğü gibi, çeşitli portföy oranlarına göre hesaplanan ortalama getiri ve standart sapmaları haritalamak yani koordinat düzleminde göstermek de mümkündür. Bunun için, Excel'deki *Veri* menüsünde yer alan *Durum Çözümlemesi/Veri Tablosu* sekmesinden yararlanılarak, DYOB pay senedinin çeşitli varsayımsal ağırlıklarına göre

iki pay senetli portföyün standart sapmaları ve ortalama getirileri hesaplatılır. Burada öncelikle tablo başlıklarının ([C19] ve [D19]), portföyün standart sapması ve ortalama getirisinin hesaplamasını gösteren hücrelere eşitlenmesi gerekir. Daha sonra, varsayımsal ağırlıklar ile tablo başlıklarını da kapsayacak şekilde hesaplama yapılacak hücre alanı seçilir. *Veri* menüsündeki *Veri Çözümlemesi* sekmesinde *Veri Tablosu* seçeneği açılır ve açılan pencerede *Sütun Giriş Hücresi* alanına DYOBY pay senedinin başlangıç ağırlığını gösteren [C10] hücresi tanımlanır. *Enter* tuşuna basıldığında, seçili alan içerisine [C13] ve [C15] hücrelerindeki hesaplamalar referans alınarak, DYOBY pay senedinin çeşitli ağırlıklarına göre portföyün standart sapmaları ve ortalama getirileri hesaplanmış olur.

1.7 Çok Pay Senetli Bir Portföyün Ortalama Getiri ve Varyansının Hesaplanması

İki pay senetli portföy hesaplamalarından da anlaşıldığı gibi, portföy riskinin belirlenmesinde temel bileşenler, portföyün beklenen (ya da ortalama) getirisi ile varyansdır. Buna göre, portföyün beklenen getirisi, portföydeki pay senetlerinin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır. Bunun anlamı, portföyün beklenen getirisinin, pay senedinin bir başka deyişle portföydeki her bir risk faktörünün portföy içindeki payı ile orantılı olacağıdır. Portföydeki herhangi bir pay senedinin ağırlığı w_i ise, N adet pay senedinden oluşan bir portföyün beklenen getirisi;

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

ya da daha açık ifadeyle,

$$E(r_p) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + w_3 E(r_3) + \dots + w_N E(r_N) \text{ 'dir.}$$

Burada $E(r_p)$, portföyün beklenen getirisini; w_i , portföye dahil pay senetlerinin portföy içindeki ağırlıklarını; $E(r_i)$ ise, portföye dahil pay senetlerinin tekil beklenen getirilerini göstermektedir. Ağırlıklar, pay senetlerinin portföy içindeki yatırım oranları olduğundan toplamının 1'e eşit olması gerekir.

Gözlenmiş verilere göre portföyün getirisi ise;

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i$$

şeklinde gösterilmektedir. Ancak daha önce de belirtildiği gibi, normal dağılım varsayımı altında, gözlenen getiriler gelecekte beklenen getirilere referans olacağından burada r_i yerine $E(r_i)$ gösterimi kullanılmıştır.

Markowitz (1952)'e göre bir portföyün varyansı, portföydeki her bir pay senedinin ağırlıklı varyansları ile ikili kovaryanslarının toplamından oluşmaktadır. Dolayısıyla, çeşitlendirme amacına uygun olarak varyans hesaplamasında portföydeki tüm pay senetlerinin getirileri arasındaki ilişki de dikkate alınmaktadır. Buna göre, N sayıda pay senedinden oluşan bir portföy için varyans aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\sigma_{r_p}^2 = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j} \right]$$

ya da daha açık ifadeyle,

$$\sigma_{r_p}^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{r_i}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{r_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j < i}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j}$$

olur. Bu ifadeye göre, portföydeki pay senedinin varyansının toplam portföy varyansına katkısı, her bir pay senedinin ağırlığı ile getirileri arasındaki ilişkinin bir fonksiyonudur.

Burada; $\sigma_{r_p}^2$, portföy varyansını; w_i , i pay senedinin portföy içindeki ağırlığını; w_j , j pay senedinin portföy içindeki ağırlığını ve $\sigma_{r_i r_j}$ ise; i ve j pay senetlerinin getirileri arasındaki ilişkinin yönünü ölçen kovaryans ifade etmektedir.

Daha önce de belirtildiği gibi kovaryans, iki rastsal değişkenin birlikte hareketinin ya da değişiminin yönünü gösteren bir istatistik ölçüsüdür. İki pay senedinin getirileri arasındaki kovaryansın pozitif olması, pay senetlerinin getirilerinin aynı yönde; negatif olması ise ters yönde hareket ettiğini, 0 olması da getiriler arasında herhangi bir doğrusal ilişkinin olmadığı anlamına gelmektedir. DYOBY ve MRSBL pay senedi için kovaryansın nasıl hesaplanacağı daha önce belirtilmişti. Genel ifadeyle i ve j pay senedi için kovaryans şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$Cov_{r_i, r_j} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{it} - E(r_i)] \times [r_{jt} - E(r_j)]$$

Eğer gelecek değerler için hesaplanıyorsa getiriler arasındaki kovaryans, pay senetlerinin getirilerinin, beklenen getiriden sapmalarının her bir getirinin

gerçekleşme olasılıkları ile ağırlıklandırılmış toplamıdır. Buna göre, örneğin, n sayıda varlıktan oluşan bir portföydeki pay senetlerinin getirileri arasındaki kovaryans aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$Cov_{r_i, r_j} = \sum_{n=1}^N P_{r_i} \times [r_{i,n} - E(r_i)] \times [r_{j,n} - E(r_j)]$$

Burada r_i ve r_j , i ve j hisse senetlerinin P_i olasılıklarına bağlı olası getiri değerlerini; $E(r_i)$ ve $E(r_j)$, i 'inci ve j 'inci hisse senetlerinin beklenen getirilerini; N ise gerçekleşmesi olası durumların sayısını göstermektedir.

1.8 Portföy Hesaplamalarında Matris Çözümlerin Kullanımı

Portföy hesaplamalarında en önemli unsur, hesaplama sayısı ve buna bağlı olarak ortaya çıkan hesaplama süresidir. İki pay senetli bir portföyün varyansı için hesaplama sayısı 4 iken, portföye bir adet pay eklendiğinde hesaplama sayısı 9'a çıkmaktadır. N pay senedi için $N(N-1)/2$ kadarı kovaryans olmak üzere toplam hesaplama sayısı ise $N(N+3)/2$ kadardır. Örneğin, bir portföy 30 pay senedinden oluşuyorsa bu; 30 adet beklenen getiri hesaplaması, 30 adet tekil pay senedinin ağırlıklı varyans hesaplaması ve 435 adet de ikili kovaryanslardan oluşan $495 [= 30(30+3)/2]$ adet işlem anlamına gelmektedir. 40 adet pay senedi varsa hesaplama sayısı 860 olacaktır. Anlaşıldığı gibi, yapılacak işlem sayısı varlık sayısına göre geometrik olarak artmaktadır. Bu durum küçük portföyler için herhangi bir zorluk yaratmazken yüzlerce pay senedinden oluşan büyük portföyler için oldukça önem taşımaktadır.

Görüldüğü gibi, çok pay senetli portföylerde geleneksel hesaplamalar yoluyla sonuca ulaşmak oldukça zaman alıcı bir yoldur. Bunu aşmanın en kolay yolu matris hesaplamalarından yararlanmaktır. w ağırlık, $E(r)$ de beklenen getiri sütun vektörlerini göstermek üzere;

$$E(r) = \begin{bmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ E(r_3) \\ \vdots \\ E(r_N) \end{bmatrix} \text{ ve } w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}$$

Olsun. Bu durumda ağırlıklar ile beklenen getirilerin satır vektörleri sütun vektörlerinin 'devrik dönüşümü'(transpose)'dür. Yani;

$$w^T = [w_1, w_2, \dots, w_N]$$

$$E(r)^T = [E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_N)]$$

Buna göre; çok varlıklı bir portföyün beklenen getirisi, matris gösterimle şu şekildedir:

$$E(r_p) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + w_3 E(r_3) + \dots + w_N E(r_N) = [w_1, w_2, \dots, w_N] \begin{bmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ E(r_3) \\ \vdots \\ E(r_N) \end{bmatrix}$$

$$E(r_p) = w^T E(r)$$

Aşağıda açık şekilde gösterilen portföy varyansı ise, matris gösterimi ile pay senetlerinin çift kovaryanslarından oluşan varyans - kovaryans matrisinin satır ve sütun ağırlık vektörleriyle çarpımının toplamıdır:

$$\sigma_{r_p}^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{r_i}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{r_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j < i}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j}$$

$$\sigma_{r_p}^2 = [w_1, w_2, \dots, w_N] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \dots & \sigma_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}$$

Daha genel ifadeyle, Σ ana kitle varyans - kovaryans matrisini göstermek üzere portföy varyansı;

$$\sigma_{r_p}^2 = w^T \Sigma w \text{ dir.}$$

Portföy hesaplamalarında kullanılan matris çözümleri için Excel, MatLab, Lindo, Simulink gibi yazılımlar kullanılabilir. Örneğin, Ulucan (2004) bu hesaplamalara ilişkin Excel ve Lindo çözümlerini örneklemiştir. Uzunoglu ve diğerleri (2005) ise, MatLab uygulamalarını incelemişlerdir.

Excel'de matris çözümleri için 'dizi' işlevlerinden yararlanılmaktadır. Hatırlanırsa, önceki konularda iki pay senedinden oluşan bir portföye ilişkin hesaplamalara yer verilmişti. Sözü edilen örneğin beş pay senetli bir portföy üzerinden geliştirildiği varsayılın. Aşağıdaki işlem tablosunda, bu örnek portföyün varyans - kovaryans matrisi ile portföydeki beş pay senedinin tekil getirileri ve standart sapmaları yer

almaktadır. Ayrıca, tekil istatistikler yanında bu pay senetlerinden oluşan A ve B gibi iki portföyün varsayımsal ağırlıkları da verilmiştir.

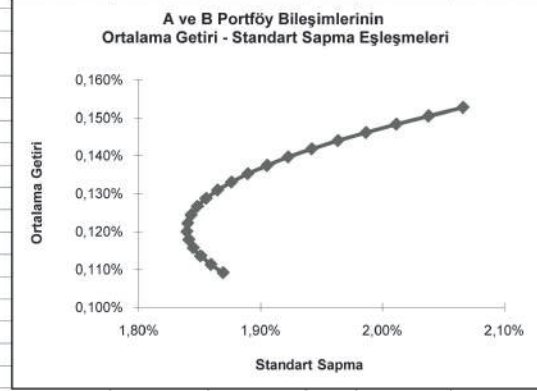
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		BEŞ PAY SENETLİ PORTFÖY PROBLEMİ									
3		Varyans-Kovaryans Matrisi						Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$		
4			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL				
5		ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322	2,8820%	0,1910%		
6		BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173	2,8945%	0,1629%		
7		FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081	1,8856%	0,1026%		
8		DYOB	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166	2,6382%	0,0541%		
9		MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654	4,0666%	0,1139%		
10											
11		Portföy Ağırlıkları	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL				
12		A Portföyü	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2				
13		B Portföyü	0,2	0,1	0,1	0,4	0,2				
14											

Örnek portföylere ilişkin tüm istatistik hesaplamalarında, Excel'in dizi işlevlerinden DÇARP ile yatay vektörü sütun vektörüne dönüştüren DEVRİK_DÖNÜŞÜM işlevi kullanılmaktadır. Bu işlevler yoluyla yukarıda sözü edilen matris hesaplamalarını yapmak mümkündür. Ancak, DÇARP ve DEVRİK_DÖNÜŞÜM işlevlerini çalıştırabilmek için tuş takımında *ctrl+shift+enter* tuşlarına aynı anda basılması gerekir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		BEŞ PAY SENETLİ PORTFÖY PROBLEMİ									
14											
15		Portföy İstatistikleri									
16			A Portföyü	B Portföyü							
17		Ortalama Getiri $E(r_p)$	0,1309%	0,1092%	<-- {=MMULT(C13:G13,\$J\$5:\$J\$9)}						
18		Varyans, σ_{rp}^2	0,000348	0,000349	<-- {=MMULT(C13:G13,MMULT(C5:G9,TRANSPOSE(C13:G13)))}						
19											
20		Kovaryans(A,B)	0,000328		<-- {=MMULT(C12:G12,MMULT(C5:G9,TRANSPOSE(C13:G13)))}						
21		Korelasyon Katsayısı, $\rho_{A,B}$	0,941919		<-- =C20/SQRT(C18*D18)						
22											

A ve B gibi iki portföyden oluşan bir portföyün getiri ve standart sapma hesaplamaları ile iki pay senedinden oluşan bir portföyün getiri ve standart sapma hesaplamaları birbirinden farklı değildir. Dolayısıyla, A ve B portföy bileşimlerinin getirileri ile standart sapmaları da aynı şekilde hesaplanabilir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		BEŞ PAY SENETLİ PORTFÖY PROBLEMİ								
22										
23		A ve B Portföy Bileşimlerinin Getiri İstatistikleri								
24		A Portföyünün Payı	30,00%							
25		Ortalama Getiri, $E(r_p)$	0,12%	<-- =C24*C17+(1-C24)*D17						
26		Varyans, σ_p^2	0,03%	<-- =C24^2*C18+(1-C24)^2*D18+2*C24*(1-C24)*C20						
27		Standart Sapma, σ_p	1,85%	<-- =SQRT(C26)						
28										
29		A'nın Payı	Standart Sapma	Ortalama Getiri						
30			1,845%	0,116%	Tablo Başlığı: =C27,=C25					
31		0,00	1,869%	0,109%						
32		0,10	1,859%	0,111%						
33		0,20	1,851%	0,114%						
34		0,30	1,845%	0,116%						
35		0,40	1,841%	0,118%						
36		0,50	1,840%	0,120%						
37		0,60	1,840%	0,122%						
38		0,70	1,843%	0,124%						
39		0,80	1,848%	0,127%						
40		0,90	1,855%	0,129%						
41		1,00	1,865%	0,131%						
42		1,10	1,876%	0,133%						
43		1,20	1,890%	0,135%						
44		1,30	1,905%	0,137%						
45		1,40	1,923%	0,140%						
46		1,50	1,942%	0,142%						
47		1,60	1,964%	0,144%						
48		1,70	1,987%	0,146%						
49		1,80	2,012%	0,148%						
50		1,90	2,038%	0,150%						
51		2,00	2,066%	0,153%						
52										



1.8.1 Örnek Varyans – Kovaryans Matrisinin Hesaplanması

İkinci bölümde konu edilecek olan etkin portföylerin hesaplanabilmesi için öncelikle portföyün varyans – kovaryans matrisinin hesaplanması gerekir. Burada, varyans – kovaryans matrisinin Excel yardımıyla nasıl hesaplanacağı üzerinde durulacaktır. En bilinen yol, geçmiş getiriler üzerinden ana kitleyi temsil edecek *örnek varyans – kovaryans matrisinin* hesaplanmasıdır. Bu çerçevede, fark getiri matrisi üzerinden, doğrudan hesaplama da dâhil olmak üzere, örnek varyans – kovaryans matrisi hesaplanması ile ilgili iki yöntemden söz edilecektir. Hesaplamalarda çoğunlukla matris ve vektör çözümlerinde en kullanışlı araçlardan olan DEVRİK_DÖNÜŞÜM ve DİZEY_ÇARP dizi işlevlerinden yararlanılmıştır.

Hatırlanacağı gibi, N varlığın M dönem boyunca getirisi varsa, herhangi bir i varlığının t dönemi içindeki ortalama getirisi şöyledir:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M r_{it} \rightarrow i = 1, \dots, N$$

Herhangi iki i ve j varlığının getirileri arasındaki kovaryans ise;

$$\sigma_{ij} = Cov_{r_i r_j} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (r_{it} - \bar{r}_i) \times (r_{jt} - \bar{r}_j) \rightarrow i, j = 1, \dots, N$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Bu hesaplamaya göre, kendileri ile olan kovaryansları yani varyansları da dahil olmak üzere i ve j varlık arasındaki çift kovaryanslardan oluşan matris *örnek varyans - kovaryans matrisi*dir. Buradaki sorun, kovaryansların doğru şekilde hesaplanmasıdır. Yukarıdaki eşitlik aşamalı olarak matris cinsinden şu şekilde ifade edilebilir:

Öncelikle, her bir dönem getirisi ile ortalama getiri arasındaki farkı ifade eden fark getiri matrisi şu şekilde tanımlanmış olsun.

$$F = \begin{bmatrix} r_{11} - \bar{r}_1 & \dots & r_{N1} - \bar{r}_N \\ r_{12} - \bar{r}_1 & & r_{N2} - \bar{r}_N \\ r_{13} - \bar{r}_1 & & r_{N3} - \bar{r}_N \\ \vdots & & \vdots \\ r_{1M} - \bar{r}_1 & \dots & r_{NM} - \bar{r}_N \end{bmatrix}$$

F matrisinin sütunlarında, tekil varlığın dönemsel getirisi ile bu getirilerden hesaplanan ortalama getiri arasındaki farklar sıralanmıştır. Bu matrisin devrik dönüşümü (transpose) de şu şekilde gösterilebilir:

$$F^T = \begin{bmatrix} r_{11} - \bar{r}_1 & \dots & \dots & r_{1M} - \bar{r}_1 \\ r_{21} - \bar{r}_2 & & & r_{2M} - \bar{r}_1 \\ \vdots & & & \vdots \\ r_{N1} - \bar{r}_N & \dots & \dots & r_{NM} - \bar{r}_N \end{bmatrix}$$

Buna göre örnek varyansı, F^T ile F 'nin çarpımının $M-1$ 'e bölümüdür:

$$S = [\sigma_{ij}] = \frac{F^T \times F}{M-1}$$

Örneğin, 5 adet pay senedinin kâr paylarına göre düzeltilmiş 249 günlük fiyat ve getiri verisi ile pazar bilgileri aşağıdaki gibi olsun.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.												
3														
4			Fiyat (TL)						Getiri					
5		Tarih	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL		ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL	
6		03.08.2010	6,55	97,05	10,14	1,34	35,00							
7		04.08.2010	6,55	94,63	10,23	1,36	35,50		0,0000	-0,0253	0,0088	0,0148	0,0142	<-- =LN(G7/G6)
8		05.08.2010	6,60	98,49	10,14	1,35	38,25		0,0076	0,0400	-0,0088	-0,0074	0,0746	<-- =LN(G8/G7)
9		06.08.2010	6,50	95,60	10,05	1,33	36,50		-0,0153	-0,0298	-0,0089	-0,0149	-0,0468	<-- =LN(G9/G8)
10		09.08.2010	6,50	95,11	10,05	1,33	38,00		0,0000	-0,0051	0,0000	0,0000	0,0403	
11		10.08.2010	6,40	95,60	9,87	1,31	36,75		-0,0155	0,0051	-0,0181	-0,0152	-0,0334	
12		11.08.2010	6,25	94,15	10,14	1,34	39,00		-0,0237	-0,0153	0,0270	0,0226	0,0594	
13		12.08.2010	6,35	94,15	10,42	1,34	35,25		0,0159	0,0000	0,0272	0,0000	-0,1011	
14		13.08.2010	6,40	93,18	10,33	1,33	34,25		0,0078	-0,0104	-0,0087	-0,0075	-0,0288	
15		16.08.2010	6,35	94,15	10,14	1,33	34,00		-0,0078	0,0104	-0,0186	0,0000	-0,0073	
16		17.08.2010	6,35	93,67	10,14	1,30	33,75		0,0000	-0,0051	0,0000	-0,0228	-0,0074	
17		18.08.2010	6,30	93,67	10,33	1,28	33,00		-0,0079	0,0000	0,0186	-0,0155	-0,0225	
255		18.07.2011	11,05	151,00	13,15	1,60	48,10		0,0000	0,0033	-0,0038	0,0126	-0,0062	
256		19.07.2011	11,30	150,00	13,10	1,59	48,10		0,0224	-0,0066	-0,0038	-0,0063	0,0000	
257		20.07.2011	11,65	145,00	13,00	1,61	48,30		0,0305	-0,0339	-0,0077	0,0125	0,0041	
258		21.07.2011	10,90	141,00	13,05	1,52	45,50		-0,0665	-0,0280	0,0038	-0,0575	-0,0597	
259		22.07.2011	10,55	136,50	12,75	1,49	44,70		-0,0326	-0,0324	-0,0233	-0,0199	-0,0177	
260		25.07.2011	10,55	137,00	12,55	1,50	44,30		0,0000	0,0037	-0,0158	0,0067	-0,0090	
261		26.07.2011	10,65	149,00	12,45	1,49	46,00		0,0094	0,0840	-0,0080	-0,0067	0,0377	
262		27.07.2011	10,65	147,00	12,95	1,50	46,10		0,0000	-0,0135	0,0394	0,0067	0,0022	
263		28.07.2011	10,70	147,50	13,20	1,54	46,90		0,0047	0,0034	0,0191	0,0263	0,0172	
264														

	A	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1										
2										
3										
4										
5		Günlük	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL			
6		Ortalama Getiri	0,19%	0,16%	0,10%	0,05%	0,11%	<-- =AVERAGE(M7:M263)		
7		Getirilerin Varyansı	0,0008	0,0008	0,0004	0,0007	0,0017	<-- =VARP(M7:M263)		
8		Getirilerin Standart Sapması	2,88%	2,89%	1,89%	2,64%	4,07%	<-- =STDEVP(M7:M263)		
9										

Getiri verisinden varyans – kovaryans matrisini oluşturmak için sırasıyla şu işlemler yapılır:

1. Her bir pay senedinin dönem getirilerinden ortalama getirisi çıkarılarak fark getiriler hesaplanır.
2. Varyans – kovaryansların hesaplatılacağı hücre aralığı seçilir ([T24:X28]).
3. Seçili hücre aralığı içinde aktif olan hücreye =DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(AF14:AJ261);AF14:AJ261)/(249-1) dizi işlevi tanımlanır. [AF14:AJ261] hücre aralığında hesaplanmış fark getiriler yer almaktadır.
4. Daha sonra tuş takımında *ctrl + shift + enter* tuşlarına eş anlı olarak basılır.

T	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ														
3		Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.														
4			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL									
5		Ödenmiş Sermaye (1000 TL)	100.000	25.420	16.500	14.277	10.000									
6		Pay Senedi Sayısı	100.000.000	25.419.707	16.500.000	14.276.790	10.000.000									
7		Takastaki Pay Senedi Sayısı	4.033.370	748.588	62.110.448	60.955.779	3.199.198									
8		Pazar Değeri (TL)	42.965.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028									
9		Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%									
10																
11																
12		Tarih	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100		
13		03.08.2010	6,60	93,18	1,29	10,33	30,75	60078,50								
14		04.08.2010	6,55	97,05	1,34	10,14	35,00	59680,68	-0,0076	0,0407	0,0380	-0,0186	0,1295	-0,0033	=LN(G14/G13)	
15		05.08.2010	6,55	94,63	1,36	10,23	35,50	59603,14	0,0000	-0,0253	0,0148	0,0088	0,0142	-0,0046	=LN(G15/G14)	
16		06.08.2010	6,60	98,49	1,35	10,14	38,25	59753,02	0,0076	0,0400	-0,0074	-0,0088	0,0746	0,0025	=LN(G16/G15)	
17		08.08.2010	6,50	95,60	1,33	10,05	36,50	59685,85	-0,0153	-0,0298	-0,0149	-0,0089	-0,0468	0,0022		
18		10.08.2010	6,50	96,11	1,33	10,05	38,00	59169,61	0,0000	-0,0081	0,0000	0,0000	0,0403	-0,0120		
249		23.06.2011	10,95	153,50	1,58	14,00	50,25	63240,11	0,0000	0,0098	-0,0128	-0,0107	-0,0099	-0,0099		
246		24.06.2011	10,85	154,50	1,58	13,80	50,25	64100,82	-0,0092	0,0065	0,0000	-0,0144	0,0000	0,0135		
247		27.06.2011	10,75	156,00	1,67	13,50	50,25	63596,17	-0,0093	0,0097	0,0554	-0,0220	0,0000	-0,0079		
248		28.06.2011	11,35	154,00	1,67	13,40	50,25	62909,49	0,0543	-0,0129	0,0000	-0,0074	0,0000	-0,0109		
249		29.06.2011	11,30	153,00	1,65	13,40	49,75	62699,79	-0,0044	-0,0065	-0,0120	0,0000	-0,0100	-0,0035		
250		11.07.2011	11,20	153,00	1,94	13,35	48,80	63261,06	-0,0089	0,0000	-0,0061	-0,0037	-0,0193	0,0091		
251		12.07.2011	11,25	152,00	1,63	13,45	50,00	62743,81	0,0045	-0,0066	-0,0061	0,0075	0,0243	-0,0082		
252		13.07.2011	11,10	151,00	1,80	13,25	49,20	62635,13	-0,0134	-0,0068	-0,0186	-0,0150	-0,0161	-0,0017		
253		14.07.2011	11,05	150,50	1,58	13,20	48,40	62024,97	-0,0045	-0,0033	-0,0126	-0,0038	-0,0164	-0,0068		
254		15.07.2011	11,05	151,00	1,80	13,15	48,10	61840,10	0,0000	0,0033	0,0126	-0,0038	-0,0062	-0,0030		
255		18.07.2011	11,30	150,00	1,59	13,10	48,10	61636,83	0,0224	-0,0066	-0,0063	-0,0038	0,0000	-0,0033		
256		19.07.2011	11,65	145,00	1,61	13,00	48,30	60882,33	0,0305	-0,0339	0,0125	-0,0077	0,0041	-0,0123		
257		20.07.2011	10,90	141,00	1,52	13,05	45,50	59602,32	-0,0065	-0,0280	-0,0675	0,0038	-0,0597	-0,0179		
258		21.07.2011	10,55	139,50	1,49	12,75	44,70	61047,65	-0,0326	-0,0324	-0,0199	-0,0233	-0,0177	0,0026		
259		22.07.2011	10,55	137,00	1,50	12,55	44,30	61358,64	0,0000	0,0037	0,0067	-0,0158	-0,0090	0,0056		
260		25.07.2011	10,65	148,00	1,49	12,45	46,00	61181,55	0,0094	0,0840	-0,0067	-0,0080	0,0377	-0,0034		
261		26.07.2011	10,65	147,00	1,50	12,95	46,10	62530,88	0,0000	-0,0135	0,0067	0,0394	0,0022	0,0218		
262																

	A	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
19										
20			ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ							
21										
22			Kullanılan dizi işlevi: {<-- {=MMULT(TRANPOSE(AF14:AJ261),AF14:AJ261)/(249-1))}							
23			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL			
24		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327			
25		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196			
26		DYOBY	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239			
27		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064			
28		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754			
29										

Fark getiriler hesaplanmadan, doğrudan getiri verisi kullanılarak daha kısa yoldan varyans - kovaryans matrisini oluşturmak mümkündür. Bunun için, varyans - kovaryansların hesaplandığı dizi işlevine fark getiri vektör aralığı [AF14:AJ261] yerine, pay senetlerinin getiri vektörü ile ortalama getiri vektörü arasındaki farkların hesaplatıldığı [J14:N261-T13:X13] hücre aralığı tanımlanır. Aşağıdaki işlem tablosunda bu işlemin sonuçları görülmektedir:

T	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ														
3		Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.														
4			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL									
5		Ödenmiş Sermaye (1000 TL)	100.000	25.420	16.500	14.277	10.000									
6		Pay Senedi Sayısı	100.000.000	25.419.707	16.500.000	14.276.790	10.000.000									
7		Takastaki Pay Senedi Sayısı	4.033.370	748.588	62.110.448	60.955.779	3.199.198									
8		Pazar Değeri (TL)	42.955.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028									
9		Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%									
10																
11																
12																
13		Tarih	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100		
14		03.08.2010	6,60	93,18	1,29	10,33	30,75	60078,50								
15		04.08.2010	6,55	97,05	1,34	10,14	35,00	59680,68	-0,0076	0,0407	0,0380	-0,0186	0,1295	-0,0033	=LN(G14/G13)	
16		05.08.2010	6,55	94,63	1,36	10,23	35,50	59603,14	0,0000	-0,0253	0,0148	0,0088	0,0142	-0,0046	=LN(G15/G14)	
17		06.08.2010	6,60	98,49	1,35	10,14	38,25	59753,02	0,0076	0,0400	-0,0074	-0,0088	0,0746	0,0025	=LN(G16/G15)	
18		08.08.2010	6,50	95,60	1,33	10,05	36,50	59685,85	-0,0153	-0,0298	-0,0149	-0,0089	-0,0468	0,0022		
19		10.08.2010	6,50	96,11	1,33	10,05	38,00	59169,61	0,0000	-0,0081	0,0000	0,0000	0,0403	-0,0120		
20		23.08.2011	10,95	153,50	1,58	14,00	50,25	63240,11	0,0000	0,0098	-0,0128	-0,0107	-0,0099	-0,0099		
21		24.08.2011	10,85	154,50	1,58	13,80	50,25	64100,82	-0,0092	0,0065	0,0000	-0,0144	0,0000	0,0135		
22		27.08.2011	10,75	156,00	1,67	13,50	50,25	63596,17	-0,0093	0,0097	0,0554	-0,0220	0,0000	-0,0079		
23		28.08.2011	11,35	154,00	1,67	13,40	50,25	62909,49	0,0543	-0,0129	0,0000	-0,0074	0,0000	-0,0109		
24		29.08.2011	11,30	153,00	1,65	13,40	49,75	62689,79	-0,0044	-0,0065	-0,0120	0,0000	-0,0100	-0,0035		
25		11.07.2011	11,20	153,00	1,64	13,35	48,80	63261,06	-0,0089	0,0000	-0,0061	-0,0037	-0,0193	0,0091		
26		12.07.2011	11,25	152,00	1,63	13,45	50,00	62743,81	0,0045	-0,0066	-0,0061	0,0075	0,0243	-0,0082		
27		13.07.2011	11,10	151,00	1,60	13,25	49,20	62635,13	-0,0134	-0,0068	-0,0186	-0,0150	-0,0161	-0,0017		
28		14.07.2011	11,05	150,50	1,58	13,20	48,40	62024,97	-0,0045	-0,0033	-0,0126	-0,0038	-0,0164	-0,0068		
29		15.07.2011	11,05	151,00	1,60	13,15	48,10	61840,10	0,0000	0,0033	0,0126	-0,0038	-0,0062	-0,0030		
30		18.07.2011	11,30	150,00	1,59	13,10	48,10	61636,83	0,0224	-0,0066	-0,0063	-0,0038	0,0000	-0,0033		
31		19.07.2011	11,65	145,00	1,61	13,00	48,30	60882,33	0,0305	-0,0339	0,0125	-0,0077	0,0041	-0,0123		
32		20.07.2011	10,90	141,00	1,52	13,05	45,50	59602,32	-0,0665	-0,0280	-0,0675	0,0038	-0,0597	-0,0179		
33		21.07.2011	10,55	139,50	1,49	12,75	44,70	61047,65	-0,0326	-0,0324	-0,0199	-0,0233	-0,0177	0,0026		
34		22.07.2011	10,55	137,00	1,50	12,55	44,30	61358,64	0,0000	0,0037	0,0067	-0,0158	-0,0090	0,0056		
35		25.07.2011	10,65	148,00	1,49	12,45	46,00	61181,55	0,0094	0,0840	-0,0067	-0,0080	0,0377	-0,0034		
36		26.07.2011	10,65	147,00	1,50	12,95	46,10	62530,88	0,0000	-0,0135	0,0067	0,0394	0,0022	0,0218		

	A	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
30											
31		TEK ADIMDA ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ									
32											
33		Kullanılan dizi işlevi: {<-- {=MMULT(TRANPOSE(J14:N261-T13:X13),J14:N261-T13:X13)/(249-1))}									
34			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL				
35		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327				
36		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196				
37		DYOBY	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239				
38		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064				
39		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754				
40											

1.8.2 “KAYDIR” işlevi ile Örnek Varyans – Kovaryans Matrisi

Excel’de KAYDIR işlevini kullanarak da örnek varyans – kovaryans matrisini oluşturmak mümkündür. Bu işleyle, seçilmiş herhangi bir hücre üzerinden tüm hücre alanı hesaplatılabilmektedir. Ancak sıfırdan başlayarak varyans – kovaryans matrisinin satır ve sütunlarının numaralandırılması gerekir. Seçilen hücre için kovaryans hesaplatıldıktan sonra hücrenin sağ alt köşesinden önce yatay/dikey, sonra dikey/yatay şekilde fare ile kaydırarak matris aralığındaki diğer hücrelerde de kovaryanslar hesaplatılır. Aşağıdaki işlem tablosunda KAYDIR işlevi kullanılarak elde edilen varyans – kovaryans matrisi görülmektedir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ														
3		Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.														
4			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL									
5		Ödenmiş Sermaye (1000 TL)	100.000	25.420	16.500	14.277	10.000									
6		Pay Senedi Sayısı	100.000.000	25.419.707	16.500.000	14.276.790	10.000.000									
7		Takastaki Pay Senedi Sayısı	4.033.370	748.588	62.110.448	60.955.779	3.199.198									
8		Pazar Değeri (TL)	42.965.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028									
9		Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%									
10																
11																
12		Tarih	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100		
13		03.08.2010	6,60	93,18	1,29	10,33	30,75	60078,50								
14		04.08.2010	6,55	97,05	1,34	10,14	35,00	59680,68	-0,0076	0,0407	0,0380	-0,0186	0,1295	-0,0033	=LN(G14/G13)	
15		05.08.2010	6,55	94,63	1,36	10,23	35,50	59603,14	0,0000	-0,0253	0,0148	0,0088	0,0142	-0,0046	=LN(G15/G14)	
16		06.08.2010	6,60	98,49	1,35	10,14	38,25	59753,02	0,0076	0,0400	-0,0074	-0,0088	0,0746	0,0025	=LN(G16/G15)	
17		08.08.2010	6,50	95,60	1,33	10,05	36,50	59685,85	-0,0153	-0,0298	-0,0149	-0,0089	-0,0468	0,0022		
18		10.08.2010	6,50	96,11	1,33	10,05	38,00	59169,61	0,0000	-0,0051	0,0000	0,0000	0,0403	-0,0120		
249		23.06.2011	10,95	153,50	1,58	14,00	50,25	63240,11	0,0000	0,0098	-0,0128	-0,0107	-0,0099	-0,0099		
246		24.06.2011	10,85	154,50	1,58	13,80	50,25	64100,82	-0,0092	0,0065	0,0000	-0,0144	0,0000	0,0135		
247		27.06.2011	10,75	156,00	1,67	13,50	50,25	63596,17	-0,0093	0,0097	0,0554	-0,0220	0,0000	-0,0079		
248		28.06.2011	11,35	154,00	1,67	13,40	50,25	62909,49	0,0543	-0,0129	0,0000	-0,0074	0,0000	-0,0109		
249		29.06.2011	11,30	153,00	1,65	13,40	49,75	62689,79	-0,0044	-0,0065	-0,0120	0,0000	-0,0100	-0,0035		
250		11.07.2011	11,20	153,00	1,94	13,35	48,80	63261,06	-0,0059	0,0000	-0,0051	-0,0037	-0,0193	0,0091		
251		12.07.2011	11,25	152,00	1,83	13,45	50,00	62743,81	0,0045	-0,0066	-0,0061	0,0075	0,0243	-0,0082		
252		13.07.2011	11,10	151,00	1,80	13,25	49,20	62635,13	-0,0134	-0,0068	-0,0186	-0,0150	-0,0161	-0,0017		
253		14.07.2011	11,05	150,50	1,58	13,20	48,40	62024,97	-0,0045	-0,0033	-0,0126	-0,0038	-0,0164	-0,0068		
254		15.07.2011	11,05	151,00	1,80	13,15	48,10	61840,10	0,0000	0,0033	0,0126	-0,0038	-0,0062	-0,0030		
255		18.07.2011	11,30	150,00	1,59	13,10	48,10	61636,83	0,0224	-0,0066	-0,0063	-0,0038	0,0000	-0,0033		
256		19.07.2011	11,65	145,00	1,61	13,00	48,30	60882,33	0,0305	-0,0339	0,0125	-0,0077	0,0041	-0,0123		
257		20.07.2011	10,90	141,00	1,52	13,05	45,50	59602,32	-0,0055	-0,0280	-0,0575	0,0035	-0,0597	-0,0179		
258		21.07.2011	10,55	139,50	1,49	12,75	44,70	61047,65	-0,0326	-0,0324	-0,0198	-0,0233	-0,0177	0,0206		
259		22.07.2011	10,55	137,00	1,50	12,55	44,30	61358,64	0,0000	0,0037	0,0067	-0,0158	-0,0090	0,0056		
260		25.07.2011	10,65	148,00	1,49	12,45	46,00	61181,55	0,0094	0,0840	-0,0057	-0,0080	0,0377	-0,0034		
261		26.07.2011	10,65	147,00	1,50	12,95	46,10	62530,88	0,0000	-0,0135	0,0067	0,0394	0,0022	0,0218		
262																

	A	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
41											
42		"KAYDIR" İŞLEVİ İLE ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ									
43											
44		Kullanılan dizi işlevi: {<-- {=COVAR(OFFSET(\$J\$14:\$J\$261,0,T\$45),OFFSET(\$J\$14:\$J\$261,0,\$S\$46))*(249/(249-1)))}									
45			0	1	2	3	4				
46		0	0,000863	0,000185	0,000162	0,000091	0,000328				
47		1	0,000185	0,000887	0,000280	0,000134	0,000197				
48		2	0,000162	0,000280	0,000734	0,000099	0,000240				
49		3	0,000091	0,000134	0,000099	0,000360	0,000064				
50		4	0,000328	0,000197	0,000240	0,000064	0,001761				
51											

Bununla birlikte, literatürdeki pek çok çalışma göstermiştir ki, kolay uygulanabilir bir seçenek olmasına rağmen, varyans ve kovaryans kestiriminde örnek varyans – kovaryans matrisinin temel alınması çok da güvenilir bir yol değildir. Bunun nedenlerinden biri, geçmiş veriye dayalı örnek varyans – kovaryans matrisinin bütün ana kitleyi tahmin yeteneğinin zayıf olabilmesidir. Çalışmanın ikinci bölümünde, etkin portföylerin bulunmasında örnek varyans - kovaryans matrisini kullanmanın getirdiği sıkıntılara karşılık varyans – kovaryans matrisinin tahmin gücünü geliştiren çeşitli yöntemlere değinilecektir.

1.9 Portföy Hesaplamasında Etkin Portföy Sorunu

Markowitz (1952)'e göre *etkin portföy*, aynı beklenen getiri düzeyinde en düşük varyansa ya da aynı varyans düzeyinde en yüksek beklenen getiriye sahip olan riskli varlık portföyüdür. Matematiksel olarak ise μ beklenen getiri düzeyinde etkin portföy $p = [w_1, w_2, \dots, w_n]$;

$$\mu = E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i r_i \text{ ve } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \text{ kısıtları altında ;}$$

$$\sigma_{r_p}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{r_i r_j} \rightarrow \min$$

amaç fonksiyonunun bir sonucudur.

Etkin set, etkin çizgi ya da *etkin sınır* ise; olası tüm etkin portföyler dizisini, bir başka deyişle, grafiksel olarak herhangi iki etkin portföyün tüm dışbükey bileşimlerini göstermektedir. Örneğin, $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ve $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ iki etkin portföy olsun. Eğer w sabit olarak kabul edilirse bu durumda,

$$z = wa + (1 - w)b = \begin{bmatrix} wa_1 + (1 - w)b_1 \\ wa_2 + (1 - w)b_2 \\ \vdots \\ wa_n + (1 - w)b_n \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanan Z portföyü de etkindir. Buradan hareketle, herhangi iki tane etkin portföye ulaşırsa, tüm etkin sınıra ulaşmak mümkün olacaktır. Bu ifade, a ve b gibi iki etkin portföy bulunduğunda, herhangi bir diğer etkin portföyün bu etkin portföylerin dışbükey bileşimini göstereceği anlamına gelmektedir.

Yukarıdaki a ve b portföylerinin ortalama ve varyansı $\{E(r_a), \sigma_a^2\}$ ve $\{E(r_b), \sigma_b^2\}$ olsun. Eğer $z = wa + (1 - w)b$ ise;

$$E(r_z) = wE(r_a) + (1 - w)E(r_b)$$

$$\sigma_z^2 = w^2 \sigma_a^2 + (1 - w)^2 \sigma_b^2 + 2w(1 - w)Cov_{r_a, r_b}$$

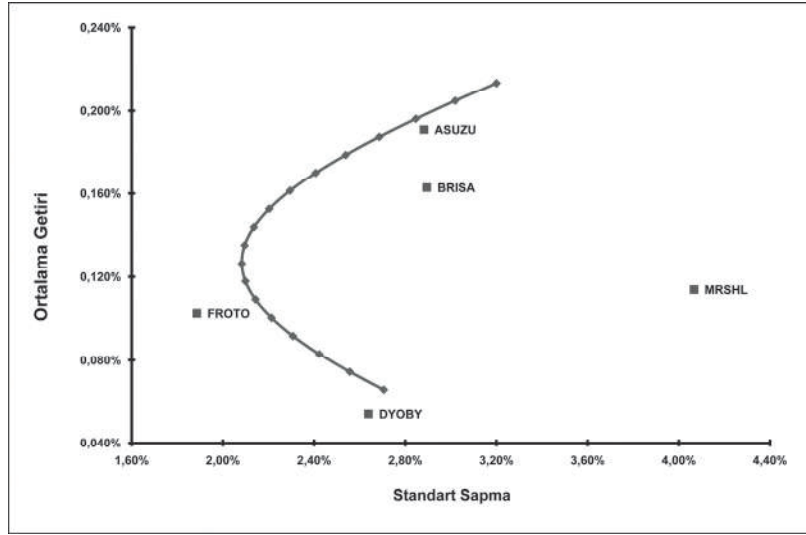
$$= w^2 \sigma_a^2 + (1 - w)^2 \sigma_b^2 + 2w(1 - w)a^T \Sigma b$$

olur (Benninga, 2008). Aşağıdaki işlem tablosunda sonuçları görülen beş pay senetli portföy problemi tekil pay senetlerinin getiri – standart sapma eşleşmeleri ile birlikte aynı grafiğe yerleştirilerek yeniden ele alındığında a ve b portföylerinin etkin olmadığı açık olarak görülmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		BEŞ PAY SENETLİ PORTFÖY PROBLEMİ									
3			Varyans-Kovaryans, S						Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri E(r)	
4			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL				
5		ASUZU	0,000831	0,000291	0,000246	0,000427	0,000308	ASUZU	2,8820%	0,1910%	
6		BRISA	0,000291	0,000838	0,000189	0,000300	0,000274	BRISA	2,8945%	0,1629%	
7		FROTO	0,000246	0,000189	0,000356	0,000336	0,000164	FROTO	1,8856%	0,1026%	
8		DYOB	0,000427	0,000300	0,000336	0,000696	0,000313	DYOB	2,6382%	0,0541%	
9		MRSHL	0,000308	0,000274	0,000164	0,000313	0,001654	MRSHL	4,0666%	0,1139%	
10											
22											
23		A ve B Portföy Bileşimlerinin Getiri İstatistikleri									
24		A Portföyünün Payı	30,00%								
25		Ortalama Getiri, E(r _p)	0,12%	← =C24*C17+(1-C24)*D17							
26		Varyans, σ_p^2	0,04%	← =C24^2*C18+(1-C24)^2*D18+2*C24*(1-C24)*C20							
27		Standart Sapma, σ_p	2,11%	← =SQRT(C26)							
28											
29		A'nın Payı	Standart Sapma	Ortalama Getiri							
30			2,11%	0,12%	Tablo Başlığı: =C27,=C25						
31		-2,00	2,706%	0,086%							
32		-1,60	2,557%	0,074%							
33		-1,20	2,423%	0,083%							
34		-0,80	2,308%	0,092%							
35		-0,40	2,213%	0,100%							
36		0,00	2,143%	0,109%							
37		0,40	2,099%	0,118%							
38		0,80	2,083%	0,127%							
39		1,20	2,095%	0,135%							
40		1,60	2,136%	0,144%							
41		2,00	2,203%	0,153%							
42		2,40	2,294%	0,161%							
43		2,80	2,407%	0,170%							
44		3,20	2,539%	0,179%							
45		3,60	2,686%	0,187%							
46		4,00	2,847%	0,196%							
47		4,40	3,019%	0,205%							
48		4,80	3,200%	0,214%							
49											

Grafik 1.3'te görüldüğü gibi FROTO pay senedinin koordinatı, *ave b* portföylerin koordinatlarından oluşan etkin sınırın dışında kalmaktadır. Dolayısıyla, etkin sınır üzerindeki portföylerle karşılaştırıldığında riskini en düşük düzeye indirmek isteyen bir yatırımcı, sadece FROTO pay senedine yatırım yaparak daha yüksek fayda elde edebilmektedir. Dolayısıyla bu yatırımcı açısından elverişli portföyler seti üzerindeki bir portföye yatırım yapmak uygun değildir.

Grafik 1.2 A ve B Portföy Bileşimleri ile Beş Pay Senedinin Ortalama Getiri - Standart Sapma Eşleşmeleri



2 ETKİN PORTFÖYÜN HESAPLANMASI

Gerek bireysel gerekse kurumsal yatırımcılar, sermaye pazarlarında çok sayıda seçenekle karşı karşıyadır. Markowitz (1952)'in geliştirdiği modele göre bütün yatırımcılar, *etkin sınır* üzerindeki portföy bileşimlerini aramaktadır. Ayrıca, etkin sınır üzerindeki portföylerin farklı varyans düzeyinde olmaları nedeniyle yatırımcıların pazardaki tutum ve davranışlarını kestirmek zordur. Bu nedenle, her pay senedine ilişkin risk ölçütünü ve pazar dengede iken risk-getiri ilişkilerini anlamaya yardımcı olacak modellere gereksinim vardır. Bu modellerden biri de *Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli* (CAPM)'dir. Bu model, etkin sınırın bittiği yerde başlamaktadır (Korkmaz & Ceylan, 2007).

Etkin olarak elde edilen portföyler arasından seçim işlemi yerine getirilir. Yatırımcı için hangi portföyün en uygun olduğu, diğer ifadeyle hangi yatırımların portföyde yer alması gerektiği konusu her bir yatırımcının kişisel koşullarına bağlıdır (Fettahoğlu, 2003).

Bu bölümde, CAPM ile Black (1972)'in *sıfır-beta modelini* temel alarak etkin portföye ilişkin hesaplamaların nasıl yapılacağı açıklanmıştır. Bilindiği gibi, Sharpe – Lintner – Mossin Modeli olarak da bilinen CAPM, risksiz varlık getirisini dikkate alırken; sıfır beta modeli risksiz varlığı yok saymaktadır. Burada, öncelikli olarak, her iki modelle ilgili temel tanımlamalar ve matematiksel gösterimler konu edilmiş ve modellerle ilgili temel bulgulara yer verilmiştir. Daha sonra, bu bulgulardan yola çıkarak *etkin portföyler* ile *etkin setin* (etkin sınır, etkin çizgi) nasıl oluşturulacağına ilişkin hesaplamalar gösterilmiştir.

2.1 Tanımlamalar ve Gösterimler

Önceki bölümde de değinildiği gibi, $E(r)$ varlıkların sütun vektörünün göstermek üzere, her biri $E(r_i)$ beklenen getiriye sahip N adet riskli varlık olduğu varsayalım.

$$E(r) = \begin{bmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ E(r_3) \\ \vdots \\ E(r_N) \end{bmatrix}$$

Σ , $N \times N$ varlığın varyans – kovaryans matrisini;

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \dots & \sigma_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$$

w ise, her birinin ağırlıkları toplamı 1'e eşit olmak üzere herhangi bir *riskli varlık portföyündeki* varlıkların sütun ağırlık vektörünü gösterebilir.

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} \rightarrow \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Buna göre, herhangi a portföyünün beklenen getirisi, ağırlık vektörünün devrik dönüşümü (*transpose*) w^T ile riskli varlıkların getiri vektörü $E(r)$ 'nin çarpımına eşittir:

$$E(r_p) = w^T E(r) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

a portföyü getirilerinin varyansı, varyans – kovaryans matrisinin ağırlık vektörü ile ağırlık vektörünün devrik dönüşümünün çarpımlarına eşittir:

$$\sigma_{r_a}^2 = w^T \Sigma w = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j}$$

Herhangi a ve b portföyünün getirileri arasındaki kovaryans ise, a portföyünün ağırlık vektörünün devrik dönüşümü ile b portföyünün ağırlık vektörünün varyans –

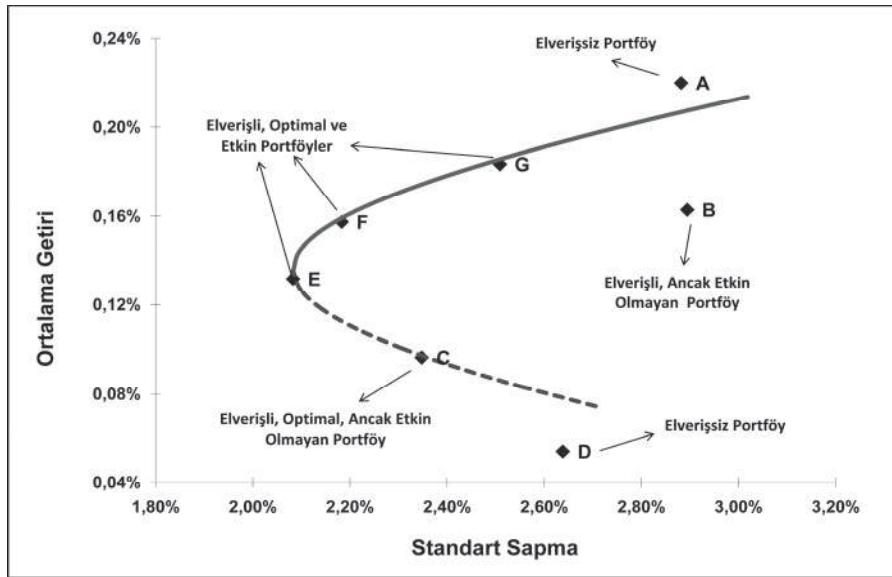
kovaryans matrisinin çarpımıdır. Burada, a ile b ve b ile a arasındaki kovaryansın birbirine eşit olması nedeniyle kovaryansların çift olduğu unutulmamalıdır:

$$\sigma_{a,b} = w_a^T \sum w_b = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_a w_b \sigma_{r_a r_b} \leftarrow \sigma_{r_a r_b} = \sigma_{r_b r_a}$$

Grafik 2.1, elverişli (*feasible*) portföylere ilişkin dört bileşeni göstermektedir: *Elverişli portföy*, ağırlıkları toplamı 1'e eşit olan herhangi bir portföydür. *Elverişli set* (sınır, çizgi) ise, elverişli portföylerin ortalama getiri ve standart sapma eşleşmelerinden oluşan bir noktalar dizisidir ve bu dizi sağa doğru kıvrılan çizginin içinde kalan alandır. Eğer elverişli portföy, belirli bir ortalama getiride en düşük varyansa sahip ise bu, *optimal portföy*dür.

Bunun yanında, belirli bir varyans düzeyinde maksimum getiriyi sağlayan herhangi bir a portföyü de *etkin portföy* olarak tanımlanmaktadır. Bu, a portföyünden daha yüksek getirili ve daha düşük standart sapmalı herhangi bir b portföyünün olmadığı anlamına gelmektedir. Bu durumdaki bütün etkin portföylerin beklenen getiri ve standart sapma eşleşmelerinden oluşan noktalar dizisi ise, *etkin sınır* ya da *etkin set* olarak adlandırılmaktadır (Benninga, 2008). Sözü edilen tanımlamalara ilişkin olarak Grafik 2.1'de koyu çizgi ile gösterilmiş olan kısım, etkin seti ifade etmektedir.

Grafik 2.1 Elverişli Portföyler Dizisi



2.2 Etkin Portföy ve CAPM'ye İlişkin Önergeler

ÖNERME 1: Herhangi bir c sabitine göre, $E(r) - c$ sütun vektörü aşağıdaki gibi gösterilsin.

$$E(r) - c = \begin{bmatrix} E(r_1) - c \\ E(r_2) - c \\ E(r_3) - c \\ \vdots \\ E(r_N) - c \end{bmatrix}$$

z vektörü, $E(r) - c = Sz$ doğrusal eşitlikler dizisini çözen vektör ise, z vektörüne göre elverişli dizi üzerindeki a portföyünün optimal ağırlıkları $w_a = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^N z_j}$ şeklinde hesaplanmaktadır. Bu hesaplamanın matris gösterimi ise;

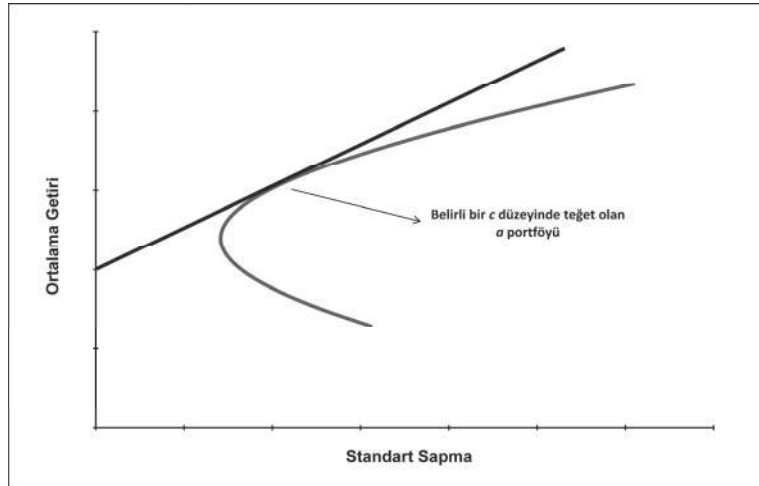
$z = S^{-1}\{E(r) - c\}$ ve $w^T = [w_1, w_2, \dots, w_N]$ olmak üzere,

$$w = \frac{S^{-1}\{E(r) - c\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{E(r) - c\}]}$$

şeklindedir.

Bu önermeye göre herhangi bir c sabiti cinsinden etkin portföy, Grafik 2.2'de görüldüğü gibi, geometrik olarak c sabitinden etkin sete çizilen doğrunun teğet geçtiği noktada yer almaktadır (a portföyü).

Grafik 2.2 Etkin Portföyün Elde Edilmesi



Dahası, bütün optimal portföyler (özelde, etkin portföyler), bu önermede belirtilen hesapsal sürece göre bulunmaktadır. Bu durumda, eğer a elverişli dizi üzerinde yer alan herhangi bir *optimal etkin portföy* ise, buna karşılık herhangi bir c sabitine göre $w = \frac{z}{\sum_i z_i}$ optimal ağırlıklı, $Sz = E(r) - c$ getiriye sahip bir z vektörü(z portföyü) bulunmaktadır.

ÖNERME 2: Bu bağlamda, herhangi iki optimal portföyü kullanarak tüm etkin portföyler dizisini oluşturmak mümkündür. Önceki bölümde, etkin sınırın mümkün olan tüm etkin portföyler dizisini -bir başka deyişle, grafiksel olarak $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ve $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ gibi herhangi iki etkin portföyün tüm dışbükey bileşimlerini gösterdiği belirtilmişti. Buna göre, ağırlık vektörü w sabit olarak kabul edilirse,

$$wa + (1 - w)b = \begin{bmatrix} wa_1 + (1 - w)b_1 \\ wa_2 + (1 - w)b_2 \\ \vdots \\ wa_n + (1 - w)b_n \end{bmatrix}$$

portföyü optimal portföydür.

ÖNERME 3: Eğer, b portföyü optimal ise, optimal olsun ya da olmasın herhangi bir diğer a portföyünün beklenen getirisi;

$$\beta_{r_a} = \frac{Cov_{r_a, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} \Rightarrow E(r_a) = c + \beta_{r_a}[E(r_b) - c]$$

olur. Ayrıca, b portföyü ile kovaryansı sıfır olan tüm z portföylerinin beklenen getirisi de;

$$Cov_{r_b, r_z} = 0 \Rightarrow c = E(r_z)$$

olur. Eğer, b portföyü etkin dizi üzerinde ise, b portföyü üzerinden hesaplanan herhangi bir a portföyü ile başka herhangi bir portföy arasında doğrusal regresyon vardır. Bu önerme, Fisher Black tarafından sıfır-beta'lı CAPM adıyla geliştirilen modelin temelini oluşturmaktadır. Bu modelde, Sharpe-Lintner-Mossin'in *risksiz varlıklı menkul değer pazar doğrusu* yerine, optimal etkin b portföyü cinsinden bulunmuş sıfır beta'lı herhangi bir portföye göre hesaplanmış menkul değer pazar doğrusu temel alınmaktadır.

ÖNERME 4: Herhangi bir b portföyünün getirileri ile herhangi bir a portföyünün getirileri arasında aşağıdaki ilişkinin var olduğu varsayılın.

$$\beta_{r_a} = \frac{Cov_{r_a, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} \Rightarrow E(r_a) = c + \beta_{r_a}[E(r_b) - c]$$

Buna göre, b portföyü etkin portföydür.

Önerme 3 ve 4, tüm portföy getirileri ile herhangi bir etkin portföyün getirisi arasında regresyon olduğu sürece MPD'nin hesaplanabileceğini göstermektedir. Ayrıca bu önermeler, sadece MPD'yi hesaplayarak CAPM'yi test etmenin yeterli olmayacağını ortaya koymuştur. Bu bağlamda, CAPM'yi test etmenin en gerçekçi yolu, doğru belirlenmiş pazar portföyünün ortalama - varyans etkin olup olmadığına bakmaktır.

Pazar portföyü M , her bir varlığın kendi değeri ile orantılı olarak yer aldığı, bir ekonomideki tüm riskli varlıklardan oluşan portföydür. Örneğin, N adet riskli varlık olduğu ve her birinin V_i kadar pazar değeri olduğu varsayılın. Buna göre, M portföyündeki i varlığının payı aşağıdaki gibidir:

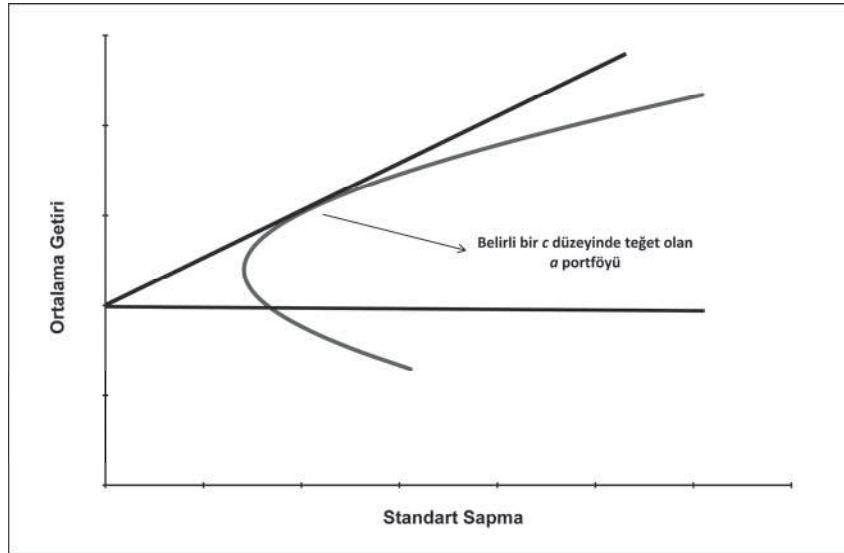
$$w_{i,M} = \frac{V_i}{\sum_{h=1}^N V_h}$$

Eğer pazar portföyü M etkin ise, Önerme 3 geçerli olacaktır. Buna göre MPD, c yerine $E(r_z)$ kullanılarak yeniden elde edilirse a portföyünün beklenen getirisi;

$$Cov_{r_z, r_M} = 0 \rightarrow \beta_{r_a} = \frac{Cov_{r_a, r_M}}{\sigma_{r_M}^2} \Rightarrow E(r_a) = E(r_z) + \beta_{r_a} [E(r_M) - E(r_z)]$$

olur. Bu durumda, sıfır beta'lı portföyler, Grafik 2.3'te görüldüğü gibi, herhangi bir c sabitinden başlayarak yatay eksene paralel doğru şeklinde sıralanacaktır (Benninga, 2008).

Grafik 2.3 Sıfır Beta Modeli'ne Göre Etkin Portföylerin Elde Edilmesi



Eğer pazarda risksiz varlık söz konusu ise *Önerme 3*'te yer alan hesaplama, sermaye varlıklarını fiyatlandırma modelindeki menkul değer pazar doğrusunu verecektir.

ÖNERME 5: CAPM'de pay senetlerinin her birinin riski primi, pazar portföyünün risk primi ve pay senedinin 'beta' katsayısıyla bağlantılıdır. Dolayısıyla, herhangi bir pay senedinin pazar portföyüne yaptığı katkı ölçüldükten sonra pay senedi için en uygun risk priminin ne olduğu ölçülebilir ve bu yolla pay senedinin beklenen getirisi de hesaplanabilir (Konuralp, 2001). Buna göre r_f risksiz varlığın getirisi ise, a portföyünün beklenen getirisi;

$$\beta_{r_a} = \frac{Cov_{r_a, r_M}}{\sigma_{r_M}^2} \Rightarrow [E(r_a) - r_f] = \beta_{r_a} [E(r_M) - r_f]$$

$$E(r_a) = r_f + \beta_{r_a} [E(r_M) - r_f]$$

olur. Bu eşitlik, a varlığının beklenen getirisinin, risksiz getiri oranı ile risk primi toplamı kadar olacağını göstermektedir. Risk primi ise, a varlığının "beta"sı ile pazar portföyü getirisini aşan varlık getirisinin çarpımına eşittir.

Tobin (1958)'in de işaret ettiği gibi bu önerme, dengedeki portföyün pazar portföyü olacağına işaret etmektedir. Bu gözlem, pazar portföyünün etkin set üzerinde yer aldığını ve dolayısıyla ortalama - varyans etkin olduğunu göstermektedir. Birbirinden bağımsız olarak Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından yapılan çalışmalarda da gösterildiği gibi tüm yatırımcılar sadece ortalama getiri ve standart sapma temeline göre kendi portföylerini seçerlerse, yukarıdaki önermeye göre a portföyü, pazar portföyü M olacaktır.

2.3 Örnek 1: Etkin Sınırın Hesaplanması

Bu önermeler ışığında, etkin sınırın nasıl oluşturulacağına ilişkin hesapsal bir örnek vermekte yarar vardır. Öncelikle, yatırım uzayının, beklenen getirileri ve varyans - kovaryans matrisi aşağıda verilmiş olan beş farklı pay senedinden oluştuğu varsayalım.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1													
2		ETKİN SINIRIN HESAPLANMASI											
3		Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_i	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$		
4			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL						
5		ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,1310%	<-- =K5-\$D\$11	
6		BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,1029%	<-- =K6-\$D\$11	
7		FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,0426%	<-- =K7-\$D\$11	
8		DYOB	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	-0,0059%	<-- =K8-\$D\$11	
9		MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,0539%	<-- =K9-\$D\$11	
10													
11		c sabiti	0,0006										

$E(r) - c$ başlıklı L sütunundaki her bir hücre pay senetlerinin beklenen getirisi ile c sabiti arasındaki farkları göstermektedir. Hesaplamalar iki aşamada gerçekleştirilecektir: Birinci aşama, elverişli dizini içinde iki etkin portföyün değerlerinin hesaplanması, ikincisi aşama ise etkin sınırın oluşturulmasıdır.

2.3.1 İki Etkin Portföyün Oluşturulması

Burada, tüm etkin sınırı tanımlayan iki etkin portföyün bulunması için Önerme 2'den yararlanılacaktır. Önerme 1'e göre, z cinsinden herhangi bir etkin portföy, $E(r) - c = Sz$ sisteminin çözümüdür. İki tane etkin portföy saptamak için, iki farklı c sabiti kullanılır. c 'nin her bir değerine göre z çözülür ve daha sonra, etkin portföyü bulmak için $w_i = \frac{z}{\sum_h z_h}$ ağırlıkları hesaplanır.

Kolaylaştırıcı olması bakımından, birinci etkin portföy için c sabitinin değeri sıfır alınmıştır ($c = 0$). Buna göre, Excel kullanılarak elde edilen hesaplama sonuçları aşağıda verilmiştir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
12												
13			Etkin Portföyün Hesaplanması: $c = 0,0000$									
14			z					Etkin Portföy A				
15			1,8261	<--	{=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9)}			0,3695	<--	=C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)		
16			1,3581					0,2748				
17			2,0581					0,4165				
18			-0,4339					-0,0878				
19			0,1335					0,0270				
20							Toplam	1,0000	<--	=SUM(H15:H19)		
21												

Hücrelerdeki işlemler şu şekilde açıklanabilir:

- z değerlerini hesaplamak için "DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(D5:H9);K5:K9)" dizi işlevleri kullanılmıştır. Burada [D5:H9] aralığı, varyans – kovaryans matrisini, [K5:K9] hücre aralığı da pay senetlerinin beklenen getirilerini göstermektedir.
- z değerleri hesaplandıktan sonra a portföyü ağırlıklarını bulmak için her bir z değerini z değerleri toplamına bölmek gerekir. Örneğin, [H15] hücresi, "=C15/TOPLA(\$C\$15:\$C\$19)" eşitliği ile bulunmuştur. Hesaplama aralığı seçildikten sonra, "=C15:C19/TOPLA(C15:C19)" eşitliği tanımlanıp tuş takımı üzerinde *ctrl+shift+enter* komutu eşanlı olarak tuşlanarak da aynı hesaplama tüm hücre aralığı için yaptırılabilir.

İkinci etkin portföyü (b portföyü) bulmak için yukarıdaki hesaplamalar $c = 0,0006$ alınarak tekrar yapılır. Aşağıda bu hesaplamanın sonuçları yer almaktadır:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
21												
22			Etkin Portföyün Hesaplanması: c = 0,0006									
23			z					Etkin Portföy B				
24			1,4271	<-- {=MMULT(MINVERSE(D5:H9),L5:L9)}				0,6074	<-- =C24/SUM(\$C\$24:\$C\$28)			
25			1,0999					0,4681				
26			0,7230					0,3077				
27			-0,8866					-0,3773				
28			-0,0136					-0,0058				
29							Toplam	1,0000	<-- =SUM(H24:H28)			
30												

Önerme 1'e uygun olarak [H24:H28] hücre aralığında ağırlıkları bulunmuş olan *b* portföyü etkin portföydür. Bu *b* portföyü için oluşturulan *z* vektörü, [K5:K9] beklenen getiri vektörü eksi 0,0006 sabiti vektörünü gösteren [L5:L9] hücre aralığı hariç, *a* portföyü hesaplaması ile benzer şekilde hesaplanmaktadır [DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(D5:H9);L5:L9)].

Optimal ağırlıklar belirlendikten sonra *a* ve *b* portföy getirilerinin ortalama, standart sapma ve kovaryansları hesaplanır. Bunun için, Excel'deki "DEVRIK_DÖNÜŞÜM" dizi işlevinden yararlanılabilir. Örneğin, *a* portföyü için söz konusu hesaplamaların nasıl yapılacağı aşağıda sıralanmıştır:

$E(r_a)$ için DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(w;r) ya da TOPLA.ÇARPIM(w;r)

$\sigma_{r_a}^2$ için DÇARP(DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(w);var_kov);w)

σ için KAREKÖK($\sigma_{r_a}^2$)

Cov_{r_a,r_b} için DÇARP(DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(w_a);var_kov);w_b)

$\sigma_{r_a r_b}$ için $Cov_{r_a,r_b} / \sigma_{r_a} * \sigma_{r_b}$

Buna göre, hesaplama sonuçları aşağıda verilmiştir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
30												
31			Portföy İstatistikleri									
32					A Portföyü	B Portföyü						
33			Ortalama Getiri $E(r_p)$		0,1564%	0,2027%	<-- {=MMULT(TRANPOSE(H24:H28), \$K\$5:\$K\$9)}					
34			Varyans, σ_p^2		0,0003	0,0006	<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(H24:H28), D5:H9), H24:H28)}					
35			Standart Sapma, σ_p		0,0178	0,0246	<-- =SQRT(F34)					
36			Kovaryans(A,B)		0,0004		<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19), D5:H9), H24:H28)}					
37			Korelasyon Katsayısı, $\rho_{A,B}$		0,9357		<-- {=E36/(E35*F35)}					
38												

Aşağıdaki işlem tablosunda ise, yukarıda sözü edilen tüm hesaplamalar bir arada görülmektedir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2			ETKİN SINIRIN HESAPLANMASI										
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$	
4			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL						
5			ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,1310%	<-- =K5-\$I
6			BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,1029%	<-- =K6-\$I
7			FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,0426%	<-- =K7-\$I
8			DYOB	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	-0,0059%	<-- =K8-\$I
9			MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,0539%	<-- =K9-\$I
10													
11			c sabiti	0,0006		c sabiti	0,000000						
12													
13			Etkin Portföyün Hesaplanması: c = 0,0000										
14			z						Etkin Portföy A				
15			1,8261	<-- {=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9)}					0,3695	<-- =C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)			
16			1,3581						0,2748				
17			2,0581						0,4165				
18			-0,4339						-0,0878				
19			0,1335						0,0270				
20							Toplam	1,0000	<-- =SUM(H15:H19)				
21													
22			Etkin Portföyün Hesaplanması: c = 0,0006										
23			z						Etkin Portföy B				
24			1,4271	<-- {=MMULT(MINVERSE(D5:H9),L5:L9)}					0,6074	<-- =C24/SUM(\$C\$24:\$C\$28)			
25			1,0999						0,4681				
26			0,7230						0,3077				
27			-0,8866						-0,3773				
28			-0,0136						-0,0058				
29							Toplam	1,0000	<-- =SUM(H24:H28)				
30													
31			Portföy İstatistikleri										
32				A Portföyü	B Portföyü								
33			Ortalama Getiri $E(r_p)$	0,1564%	0,2027%	<-- {=MMULT(TRANPOSE(H24:H28),\$K\$5:\$K\$9)}							
34			Varyans, σ_p^2	0,0003	0,0006	<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(H24:H28),D5:H9),H24:H28)}							
35			Standart Sapma, σ_p	0,0178	0,0246	<-- =SQRT(F34)							
36			Kovaryans(A,B)	0,0004		<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19),D5:H9),H24:H28)}							
37			Korelasyon Katsayısı, $\rho_{A,B}$	0,9357		<-- {=E36/(E35*F35)}							
38													

2.3.2 Etkin Sınırın Oluşturulması

Önerme 2'ye göre, yukarıda hesaplanmış olan iki portföyün dışbükey bileşimleri etkin sınırı da kapsayan tüm elverişli portföyler dizisinin oluşturulmasında kolaylıkla kullanılabilir. “ p ”; w payında a portföyü ve $(1-w)$ payında da b portföyünden oluşan varsayımsal bir portföy olsun. Buna göre, p portföyünün ortalama getirisi ile standart sapma hesaplaması, daha önce de belirtildiği gibi, iki varlıklı bir portföyün ortalama getirisi ve standart sapma hesaplamasından farklı değildir:

$$E(r_p) = wE(r_a) + (1 - w)E(r_b)$$

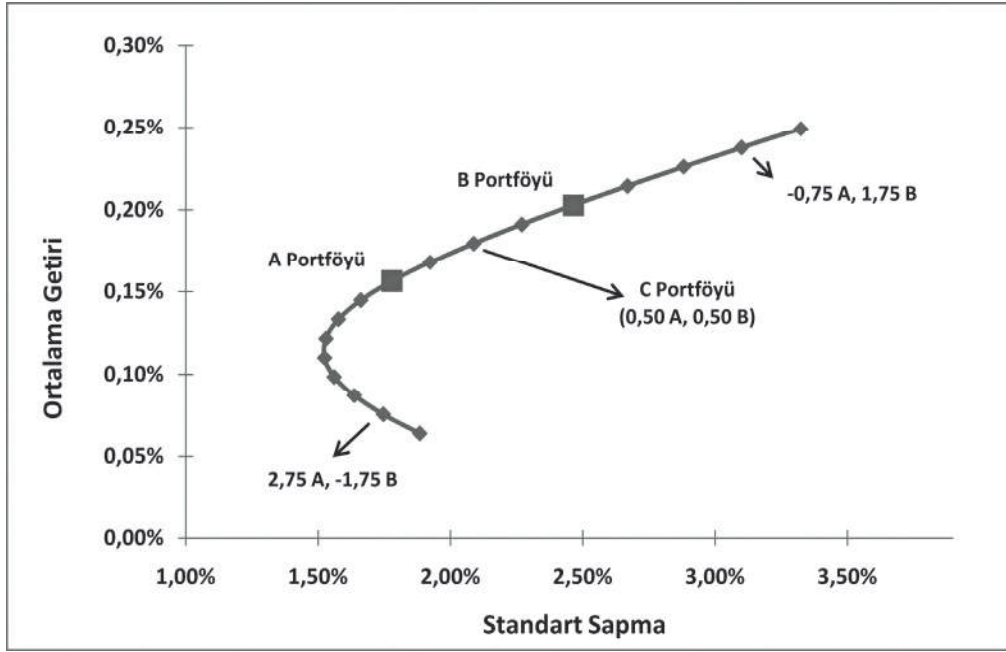
$$\sigma_p = \sqrt{w^2\sigma_a^2 + (1 - w)^2\sigma_b^2 + 2w(1 - w)Cov_{r_a,r_b}}$$

Yukarıdaki örneğe göre, a ve b portföylerinden oluşan p portföyüne ilişkin hesaplama sonuçları aşağıda yer almaktadır:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			ETKİN SINIRIN HESAPLANMASI							
38										
39			A ve B Portföy Bileşimlerinin Getiri İstatistikleri							
40			A Portföyünün Payı		30,00%					
41			Ortalama Getiri, $E(r_p)$		0,19%	<--	$=E40*E33+(1-E40)*F33$			
42			Varyans, σ_p^2		0,05%	<--	$=E40^2*E34+(1-E40)^2*F34+2*E40*(1-E40)*E35$			
43			Standart Sapma, σ_p		2,23%	<--	$=SQRT(E42)$			
44										
45			A'nın Payı	Standart Sapma	Ortalama Getiri					
46				2,232%	0,189%	Tablo Başlığı: $=E43,=E41$				
47			-1,000	3,324%	0,249%					
48			-0,750	3,100%	0,237%					
49			-0,500	2,882%	0,226%					
50			-0,250	2,669%	0,214%					
51			0,000	2,464%	0,203%	B Portföyü				
52			0,250	2,270%	0,191%					
53			0,500	2,088%	0,180%					
54			0,750	1,923%	0,168%					
55			1,000	1,779%	0,156%	A Portföyü				
56			1,250	1,661%	0,145%					
57			1,500	1,577%	0,133%					
58			1,750	1,530%	0,122%					
59			2,000	1,524%	0,110%					
60			2,250	1,561%	0,098%					
61			2,500	1,637%	0,087%					
62			2,750	1,747%	0,075%					
63			3,000	1,884%	0,064%					
64										

Grafik 2.4'te, a portföyünün kısa pozisyonları ile a ve b portföylerinin dışbükey bileşimleri görülmektedir. Ancak, dışbükey portföy bileşimlerinin etkin set üzerinde yer alması, tümünün elverişli olduğu anlamına gelmemektedir. Örneğin, %50 a portföyü ile %50 b portföyünden oluşan c portföyü, hem etkin hem de elverişli portföydür. a veya b portföyünden herhangi birinde kısa pozisyon olan diğer portföyler, elverişli portföyler seti üzerinde olmasına rağmen etkin olmayabilirler. Örneğin E portföyü, elverişli portföyler dizisi üzerinde yer almasına rağmen, aynı standart sapma düzeyinde daha yüksek beklenen getirili başka bir portföy söz konusu olduğu için elverişli; ancak etkin değildir.

Grafik 2.4. Örnek Portföyün Etkin Sınırı



Burada, etkin portföylerin oluşturulmasına dayanak olan *Önerme 1*'deki optimizasyon sürecine ilişkin olarak üç unsurdan söz edilebilir:

1. Etkin portföyün belirlenmesi ile *c sabiti* değerleri arasında doğrudan bağlantı yoktur. *Önerme 2*'den de anlaşıldığı gibi etkin dizi, üzerinde yer alan herhangi iki portföyle tanımlanmaktadır. Dolayısıyla, etkin dizinin belirlenmesinde kullanılan iki portföy arasında doğrudan bağlantı yoktur.

Örneğin, aşağıda farklı üç *c sabiti* değerine göre hesaplanmış etkin portföyler görülmektedir. Burada *a portföyü*, $c = -0,0004$ 'e göre, *b portföyü* $c = 0,0006$ 'ya göre, üçüncü etkin portföy olan *c portföyü* ise, $c = 0,0001$ 'e göre hesaplanmıştır [H39:H43]. [H48:H52] hücre aralığından da anlaşıldığı gibi, *c portföyü*, *a* ve *b* portföylerinin dışbükey bileşiminden oluşmaktadır. Bu durum, *c sabiti* ne olursa olsun herhangi bir *a*, *b* ve *c portföyü* için geçerlidir. Anlaşıldığı gibi *c sabiti*, etkin dizinin belirlenmesinde rastlantısal değişken olarak yer almaktadır.

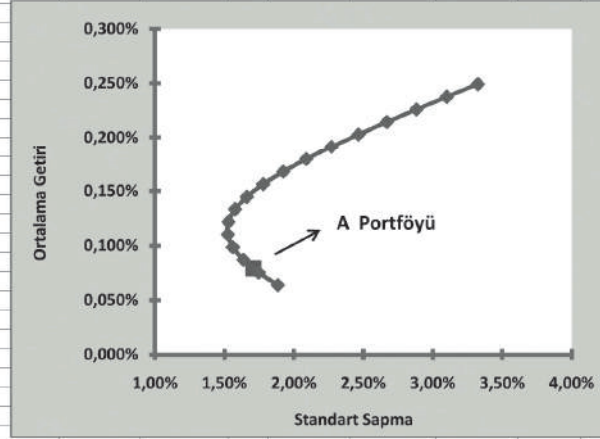
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1			ETKİN SINIRIN HESAPLANMASI												
2			Tüm <i>c sabiti</i> değerleri aynı etkin portföyü üretmektedir.												
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$			
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL							
5			ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,2310%	<-- =K5-\$D\$11		
6			BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,2029%	<-- =K6-\$D\$11		
7			FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,1426%	<-- =K7-\$D\$11		
8			DYOB	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	0,0941%	<-- =K8-\$D\$11		
9			MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,1539%	<-- =K9-\$D\$11		
10															
11			c sabiti	-0,0004											
12															
13			Etkin Portföyün Hesaplanması: <i>c</i> = -0,0004												
14			z						Etkin Portföy A						
15			2,0921	<--	{=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11)}				0,3137	<--	=C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)				
16			1,5302						0,2294						
17			2,9481						0,4420						
18			-0,1320						-0,0198						
19			0,2316						0,0347						
20								Toplam	1,0000	<--	=SUM(H15:H19)				
21															
22			c sabiti	0,0006											
23															
24			Etkin Portföyün Hesaplanması: <i>c</i> = 0,0006												
25			z						Etkin Portföy B						
26			1,4274	<--	{=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D22)}				0,6070	<--	=C26/SUM(\$C\$26:\$C\$30)				
27			1,1000						0,4678						
28			0,7239						0,3078						
29			-0,8863						-0,3769						
30			-0,0135						-0,0058						
31								Toplam	1,0000	<--	=SUM(H26:H30)				
32															
33			Bir diğer <i>c sabiti</i> ne göre portföy hesaplamaları												
34															
35			c sabiti	0,0001											
36															
37			Etkin Portföyün Hesaplanması: <i>c</i> = 0,0001												
38			z						Etkin Portföy C						
39			1,7596	<--	{=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D35)}				0,3902	<--	{=C39:C43/SUM(C39:C43)}				
40			1,3151						0,2916						
41			1,8356						0,4070						
42			-0,5093						-0,1129						
43			0,1090						0,0242						
44								Toplam	1,0000	<--	=SUM(H39:H43)				
45															
46															
47			C Portföyünde Yer Alan A ve B Portföy Payları						A ve B Portföy Payları Cinsinden C Portföyü						
48			A'nın Payı	0,7392	<--	=(H39-H26)/(H15-H26)				0,3902	<--	={=\$D\$48*H15+\$D\$49*H26}			
49			B'nin Payı	0,2608	<--	=1-D48				0,2916	<--	={=\$D\$48*H16+\$D\$49*H27}			
50									0,4070						
51									-0,1129						
52									0,0242						
53								Toplam	1,0000	<--	=SUM(H48:H52)				
54															

2. Herhangi bir *c sabiti*ne göre hesaplanan *a portföyünün* etkin dizi üzerinde olması etkin olduğu anlamına gelmemelidir. Hatırlanırsa, Önerme 1'de uygulanan optimizasyon sürecine göre, herhangi bir *a portföyünün* ağırlıkları aşağıdaki gibi hesaplanmaktaydı:

$$w = \frac{S^{-1}\{E(r) - c\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{E(r) - c\}]}$$

Buna göre, aşağıdaki örnekte görüldüğü gibi etkin dizi üzerinde olmasına rağmen, aynı standart sapma düzeyinde başka bir etkin portföy olduğu için *a* portföyü etkin değildir.

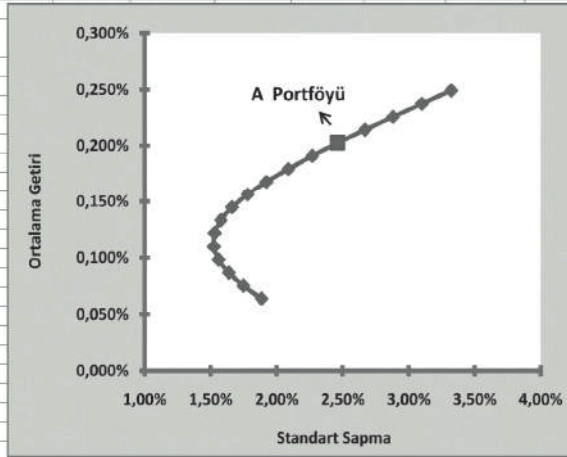
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2			ETKİN OLMAYAN PORTFÖY c = 0,0025'e göre A portföyü ağırlıkları											
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri E(r)	E(r) - c		
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL						
5				0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	-0,0590%	<-- =K5-\$D\$11	
6				0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	-0,0871%	<-- =K6-\$D\$11	
7				0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	-0,1474%	<-- =K7-\$D\$11	
8				0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	-0,1959%	<-- =K8-\$D\$11	
9				0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	-0,1361%	<-- =K9-\$D\$11	
10														
11			c sabiti	0,0025										
12			Optimal Portföyün Hesaplanması: c = 0,0025											
13														
14			z						Etkin Portföy A					
15			0,1637	<-- {=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11)}					-0,0279	<-- =C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)				
16			0,2822						-0,0482					
17			-3,5047						0,5982					
18			-2,3203						0,3960					
19			-0,4795						0,0818					
20									Toplam	1,0000	<-- =SUM(H15:H19)			
21														
22			Portföy İstatistikleri			A Portföyü								
23			Ortalama Getiri E(r _p)	0,0790%			<-- {=MMULT(TRANPOSE(H15:H19),K5:K9-D11)}							
24			Varyans, σ_p^2	0,0003			<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19),D5:H9),H15:H19)}							
25			Standart Sapma, σ_p	0,0171			<-- {=SQRT(MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19),D5:H9),H15:H19))}							
26														
27														
28			A'nın Payı	Standart Sapma	Ortalama Getiri									
29			-1,000	3,324%	0,249%									
30			-0,750	3,100%	0,237%									
31			-0,500	2,882%	0,226%									
32			-0,250	2,669%	0,214%									
33			0,000	2,464%	0,203%									
34			0,250	2,270%	0,191%									
35			0,500	2,088%	0,180%									
36			0,750	1,923%	0,168%									
37			1,000	1,779%	0,156%									
38			1,250	1,661%	0,145%									
39			1,500	1,577%	0,133%									
40			1,750	1,530%	0,122%									
41			2,000	1,524%	0,110%									
42			2,250	1,561%	0,098%									
43			2,500	1,637%	0,087%									
44			2,750	1,747%	0,075%									
45			3,000	1,884%	0,064%									
46														
47														
48														
49														
50														
51														



3. Eğer *csabiti* risksiz faiz oranını gösteriyorsa, *Önerme 1'e* göre hesaplanan portföy etkindir ve bu portföy aynı zamanda seçimlerini ortalama getiri ve standart sapmaya göre yapan yatırımcı için optimal portföydür.

Örneğin, günlük risksiz faiz oranının 0,0006 olduğu varsaylınsın. Önceki örnekte yer alan verilerden yararlanılarak *optimal portföy* şu şekilde oluşturulabilir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2			OPTİMAL, ETKİN VE ELVERİŞLİ PORTFÖY											
3			c sabiti = r_f'ye göre A Portföyü ağırlıkları											
4			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri E(r)	E(r) - c		
5			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL							
6			0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322			2,8820%	0,1910%	0,1310%	<-- =K5-\$D\$11	
7			0,000174	0,000838	0,000128	0,000281	0,000173			2,8945%	0,1629%	0,1029%	<-- =K6-\$D\$11	
8			0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081			1,8856%	0,1026%	0,0427%	<-- =K7-\$D\$11	
9			0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166			2,6382%	0,0541%	-0,0058%	<-- =K8-\$D\$11	
10			0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654			4,0666%	0,1139%	0,0539%	<-- =K9-\$D\$11	
11			c sabiti	0,0006										
12			Etkin Portföyün Hesaplanması: c = 0,0006											
13														
14			z						Etkin Portföy A					
15			1,4274	<-- =MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11))					0,6070	<-- =C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)				
16			1,1000						0,4678					
17			0,7239						0,3078					
18			-0,8863						-0,3769					
19			-0,0135						-0,0058					
20								Toplam	1,0000	<-- =SUM(H15:H19)				
21														
22			Portföy İstatistikleri											
23								A Portföyü						
24			Ortalama Getiri E(r_p)	0,2027%	<-- =MMULT(TRANPOSE(H15:H19),K\$5:K\$9))									
25			Varyans, σ_p^2	0,0006	<-- =MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19),D5:H9),H15:H19))									
26			Standart Sapma, σ_p	0,0246	<-- =SQRT(MMULT(MMULT(TRANPOSE(H15:H19),D5:H9),H15:H19)))									
27														
28			A'nın Payı	Standart Sapma	Ortalama Getiri									
29			-1,000	3,324%	0,249%									
30			-0,750	3,100%	0,237%									
31			-0,500	2,882%	0,226%									
32			-0,250	2,669%	0,214%									
33			0,000	2,464%	0,203%									
34			0,250	2,270%	0,191%									
35			0,500	2,088%	0,180%									
36			0,750	1,923%	0,168%									
37			1,000	1,779%	0,156%									
38			1,250	1,661%	0,145%									
39			1,500	1,577%	0,133%									
40			1,750	1,530%	0,122%									
41			2,000	1,524%	0,110%									
42			2,250	1,561%	0,098%									
43			2,500	1,637%	0,087%									
44			2,750	1,747%	0,075%									
45			3,000	1,884%	0,064%									
46														
47														
48														
49														
50														



Yukarıdaki grafikten de anlaşıldığı gibi hesaplanan *a portföyü* etkin dizi üzerinde yer almakla birlikte, hem elverişli, hem etkin, hem de optimal portföydür.

2.4 Tek Adımda Etkin Portföyün Hesaplanması

Daha önce, portföy bileşenlerine ilişkin hesaplamalar birbirinden bağımsız şekilde gösterilmişti. Tek adımda etkin portföy için, *Önerme 1*'de sözü edilen optimizasyon süreci $w = \frac{S^{-1}\{E(r)-c\}}{Toplam[S^{-1}\{E(r)-c\}]}$; tek bir hücre içine uyarlanabilir. Ancak burada doğru işlevin seçilmesi önemlidir. Aşağıdaki işlem tablosunda, daha önce konu edilen beş pay senetli portföye ilişkin örnek, bir bütün olarak verilmiştir:

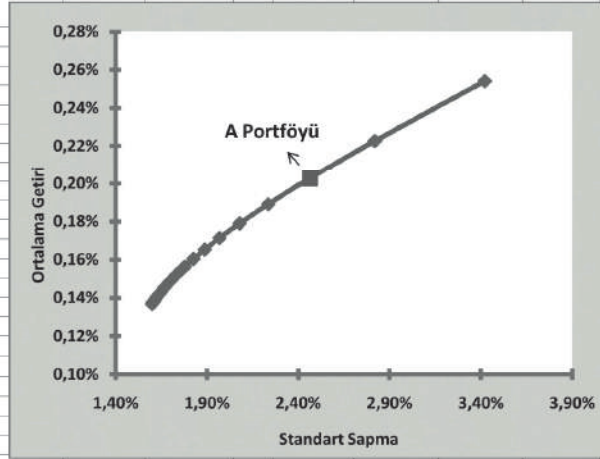
Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [C15:C19] hücre aralığında, $w = \frac{S^{-1}\{E(r)-c\}}{Toplam[S^{-1}\{E(r)-c\}]}$ optimizasyon denkleminin çözümü yer almaktadır. Görüldüğü gibi burada “DÇARP” ve “DİZEY_TERS” dizi işlevlerinden yararlanılmıştır. Çözüm pay ve payda olmak üzere iki kısımda gerçekleştirilmiştir:

- Eşitliğin pay kısmı için, D11 hücresindeki c sabiti ve beklenen getiriler arasındaki farkı gösteren [K5:K19-D11] hücre aralığı ile varyans – kovaryans matrisi [D5:H9] hücre aralığının tersinin çarpımını gösteren “=DÇARP(DİZEY_TERS(D5:H9);K5:K9-D11))” dizi işlemi bulunmaktadır.
- Payda kısmını çözmek için ise, [C15:C19] hücre aralığında, “=TOPLA(DÇARP(DİZEY_TERS(D5:H9);K5:K9-D11))” dizi işlemi kullanılır.

Bu işlemler bütün olarak şu şekilde gösterilebilir:

$$w = \frac{S^{-1}\{E(r) - c\}}{Toplam[S^{-1}\{E(r) - c\}]}$$
$$w_a = \frac{DÇARP(DİZEY_TERS(D5: H9); K5: K9 - D11))}{TOPLA(DÇARP(DİZEY_TERS(D5: H9); K5: K9 - D11))}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2			TEK ADIMDA ETKİN PORTFÖY											
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	E(r) - c		
4				<i>ASUZU</i>	<i>BRISA</i>	<i>FROTO</i>	<i>DYOBY</i>	<i>MRSHL</i>						
5				0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,1310%	<-- =K5-\$D\$11	
6				0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,1029%	<-- =K6-\$D\$11	
7				0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,0427%	<-- =K7-\$D\$11	
8				0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	-0,0058%	<-- =K8-\$D\$11	
9				0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,0539%	<-- =K9-\$D\$11	
10														
11			<i>c sabiti</i> = r_f	0,0006										
12														
13			Etkin Portföyün Hesaplanması: c = 0,0006											
14			Etkin Portföy A											
15			0,6070	<-- {=MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11)/SUM(MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11))}										
16			0,4678											
17			0,3078											
18			-0,3769											
19			-0,0058											
20														
21														
22			Portföy İstatistikleri											
23				A Portföyü										
24			Ortalama Getiri $E(r_p)$	0,2027%	<-- {=MMULT(TRANPOSE(Q15:Q19),\$K\$5:\$K\$9)}									
25				0,2027%	<-- {=SUMPRODUCT(K5:K9,C15:C19)}									
26			Varyans, σ_{rp}^2	0,0006	<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(Q15:Q19),D5:H9),Q15:Q19)}									
27			Standart Sapma, σ_p	0,0246	<-- {=SQRT(MMULT(MMULT(TRANPOSE(Q15:Q19),D5:H9),Q15:Q19))}									
28				2,46%	<-- {=SQRT(MMULT(MMULT(TRANPOSE(C15:C19),D5:H9),C15:C19))}									
29														
30			c sabiti	Standart Sapma	Ortalama Getiri									
31				2,46%	0,2027%									
32			-0,0010	1,60%	0,14%									
33			-0,0009	1,61%	0,14%									
34			-0,0008	1,62%	0,14%									
35			-0,0007	1,63%	0,14%									
36			-0,0006	1,64%	0,14%									
37			-0,0005	1,65%	0,14%									
38			-0,0004	1,67%	0,15%									
39			-0,0003	1,69%	0,15%									
40			-0,0002	1,71%	0,15%									
41			-0,0001	1,74%	0,15%									
42			0,0000	1,78%	0,16%									
43			0,0001	1,83%	0,16%									
44			0,0002	1,89%	0,17%									
45			0,0003	1,97%	0,17%									
46			0,0004	2,08%	0,18%									
47			0,0005	2,24%	0,19%									
48			0,0006	2,46%	0,20%									
49			0,0007	2,82%	0,22%									
50			0,0008	3,42%	0,25%									
51														
52			Δc	0,0001										
53														



2.5 Açığa Satış Kısıtlaması Altında Etkin Portföylerin Bulunması

Etkin portföyün nasıl hesaplanacağı daha önce anlatılmıştı. Hatırlanacağı gibi, grafiksel olarak etkin portföy, optimal elverişli portföyler dizisine teğet olan portföydür. Matematiksel olarak ise ortalama – varyans etkin portföy;

$$E(r_p) = w^T E(r) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

$$\sigma_{r_p} = \sqrt{w^T \Sigma w} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j}}$$

iken,

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} \rightarrow \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

kısıtı altında,

$$maks\theta = \frac{E(r_i) - c}{\sigma_{r_p}}$$

amaç fonksiyonunun çözümüdür.

Etkin portföy problemi, bu konuya ilişkin olarak daha önce sözü edilen *Önerme 1*'deki yönteme göre çözülmektedir. Getiri maksimizasyonu, *negatif* portföy ağırlıklarına yani açığa satışa olanak tanımaktadır; yani, $w_i < 0$ olduğunda i 'inci pay senedi için yatırımcı tarafından kısa pozisyon alındığı ve yatırımcının açığa satış üzerinden sürekli getiri elde edebildiği varsayılmaktadır. Gerçekte, açığa satış problemi, burada formüle edildiğinden çok daha karmaşık bir sorundur. Çoğunlukla, açığa satış getirilerinin tamamı ya da bir kısmı aracı kurumlar tarafından güvence olarak tutulduğundan, yatırım anında herhangi bir yatırımcının açığa satışlar üzerinden sürekli getiri elde etmesi mümkün değildir. Hatta bu, kredi durumuna göre yatırımcının açığa satış yapmaktan tamamen alıkonması ile de sonuçlanabilir. Bu bakımdan, çoğu küçük yatırımcı, açığa satışların mümkün olmadığı varsayımı üzerinden hareket ederek getiri sağlama yolunu yeğlemektedir.

2.5.1 Örnek 2: Açığa Satış Kısıtlaması Altında Etkin Sınır Hesaplaması

Açığa satış kısıtlaması altında, etkin portföy problemi şu şekilde yeniden kurgulanabilir:

$$E(r_p) = w^T E(r) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

$$\sigma_{r_p} = \sqrt{w^T \Sigma w} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{r_i r_j}}$$

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} \rightarrow \sum_{i=1}^n w_i = 1 \leftarrow w_i \geq 0 \text{ ve } i = 1, 2, \dots, N$$

kısıtı altında,

$$maks\theta = \frac{E(r_i) - c}{\sigma_{r_p}}$$

2.5.2 Kısıtsız Portföy

Aşağıdaki işlem tablosunda varyans – kovaryans matrisi ile beklenen getirileri verilmiş beş adet pay senedine ilişkin bir portföy problemi yer almaktadır. Buna göre, belirli bir c sabiti düzeyinde, herhangi bir açığa satış kısıtlaması olmaksızın belirlenmiş optimal portföy ağırlıkları [D14:D18] hücre aralığında sıralanmıştır. [F25] hücresinde ise *Sharpe Oranı* olarak da bilinen $\theta = \frac{E(r_i) - c}{\sigma_{r_p}}$ oranının sonucu görülmektedir. Burada optimal portföy, Sharpe Oranı θ 'yı maksimize eden portföy oranlarıdır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU											
3			(Açığa Satış Kısıtlanmamış)											
4			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart	Ortalama			
5										Sapma	Getiri	E(r) - c		
6										σ_r	$E(r)$			
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														

Kısıtsız portföy problemini çözmenin bir başka yolu da geçici bir portföyden (örneğin, eşit ağırlıklı portföy) yola çıkarak Excel'deki *Çözücü* (SOLVER) işlevi ile bu portföyü optimize etmektir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU												
3			(Açığa Satış Kısıtlanmış 1)												
4											Standart	Ortalama			
5											Sapma	Getiri	E(r) - c		
6											σ_r	$E(r)$			
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															

Çözücü Parametreleri

Hedef Hücre:

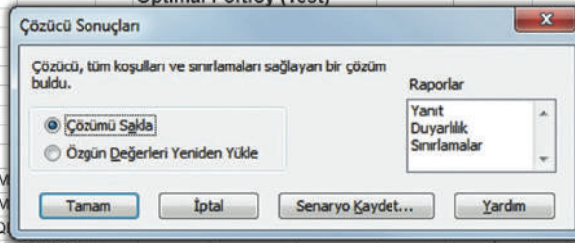
Eğitir: ☒ En Büyük ☐ En Küçük ☐ Değer: 0

Değişken Hücreler:

Kısıtlamalar:

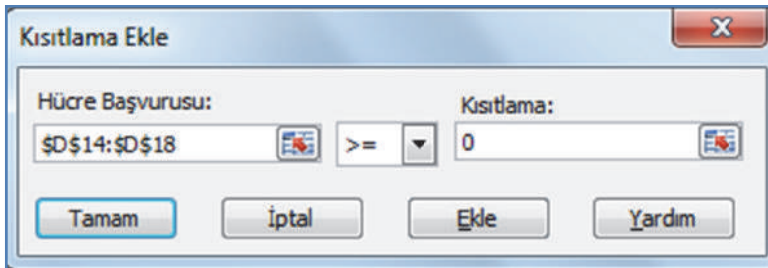
“Çöz” düğmesi tıklandığında *Çözücü*; [F25] hücresindeki amaç fonksiyonunu, portföy oranları toplamını [D19] 1’e eşitleyecek şekilde maksimize etmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															



2.5.3 Kısıtlı Portföy

Yukarıdaki örneğe açığa satış kısıtlamasını eklemek için, *Çözücü* işlevi arayüzünde “Ekle” düğmesi tıklanır. Portföy oranlarını gösteren [D14:D18] hücre aralığı “>=0” kısıtına bağlanır. Bu şekilde, optimizasyon işlemi, portföy oranlarını sıfırdan büyük olacak biçimde işleyecek; ancak toplamlarını 1’e eşitlemeye çalışacağı için her bir hücredeki ağırlık 0 ile 1 arasında kalacaktır.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															

PORTFÖY OPTİMİZASYONU
(Açığa Satış Kısıtlanmış 2)

Varyans-Kovaryans Matrisi

	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL
ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322
BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173
FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081
DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166
MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654

Standart Sapma σ_r

Ortalama Getiri $E(r)$

$E(r) - c$

c sabiti 0,00028

Optimal Portföy (Önerme 1)

ASUZU	0,2000	--=1/5
BRISA	0,2000	
FROTO	0,2000	
DYOBY	0,2000	
MRSHL	0,2000	
Toplam	1,0000	--=SUM(D14:D18)

Optimal Portföy İstatistikleri

Ortalama Getiri $E(r_p)$	0,12%	--=(M22)
Varyans, σ_p^2	0,0003	--=(M23)
Standart Sapma, σ_p	1,75%	--=(M24)
$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$	5,54%	--=(F25)

Çözücü Parametreleri

Hedef Hücre: $\$F\25

Epitir: ☒ En Büyük ☐ En Küçük ☐ Değer: 0

Değişken Hücreler: $\$D\$14:\$D\18

Kısıtlamalar:

$\$D\$14:\$D\$18 \geq 0$

$\$D\$19 = 1$

Çöz

Kapat

Tahmin

Ekle

Değiştir

Sil

Seçenekler

Tümünü Sıfır

Yardım

Kısıtı tanımladıktan sonra *Çözücü* yeniden çalıştırıldığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															

PORTFÖY OPTİMİZASYONU
(Açığa Satış Kısıtlanmış 2)

Varyans-Kovaryans Matrisi

	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL
ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322
BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173
FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081
DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166
MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654

Standart Sapma σ_r

Ortalama Getiri $E(r)$

$E(r) - c$

c sabiti 0,00028

Optimal Portföy (Önerme 1)

ASUZU	0,3954	
BRISA	0,2662	
FROTO	0,3303	
DYOBY	0,0000	
MRSHL	0,0081	
Toplam	1,0000	--=SUM(D14:D18)

Optimal Portföy İstatistikleri

Ortalama Getiri $E(r_p)$	0,15%	--=MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9))
Varyans, σ_p^2	0,0003	--=MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))
Standart Sapma, σ_p	1,77%	--=SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))))
$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$	7,11%	--=(F22-D11)/F24

Optimal Portföy (Test)

ASUZU	0,3954	--=D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)
BRISA	0,2662	
FROTO	0,3303	
DYOBY	0,0000	
MRSHL	0,0081	
Toplam	1,0000	--=SUM(K14:K18)

İstenirse, c sabiti değeri değiştirilerek başka bir portföy oluşturulabilir. Örneğin, c sabiti $=0,0005$ 'e göre oluşturulmuş bir portföyün sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda verilmiştir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2				PORTFÖY OPTİMİZASYONU											
				(Açığa Satış Kısıtlanmış 3)											
3				Varyans-Kovaryans Matrisi						Standart Sapma	Ortalama Getiri				
										σ_r	$E(r)$	$E(r) - c$			
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL							
5				ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322	2,8820%	0,1910%	0,1410%	<--	=K5-\$D\$11	
6				BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173	2,8945%	0,1629%	0,1129%	<--	=K6-\$D\$11	
7				FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081	1,8856%	0,1026%	0,0526%	<--	=K7-\$D\$11	
8				DYOB	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166	2,6382%	0,0541%	0,0041%	<--	=K8-\$D\$11	
9				MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654	4,0666%	0,1139%	0,0639%	<--	=K9-\$D\$11	
10															
11				c sabiti	0,00050										
12															
13				Optimal Portföy (Önerme 1)						Optimal Portföy (Test)					
14				ASUZU	0,4499					ASUZU	0,4499	<--	=D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)		
15				BRISA	0,2943					BRISA	0,2943				
16				FROTO	0,2558					FROTO	0,2558				
17				DYOB	0,0000					DYOB	0,0000				
18				MRSHL	0,0000					MRSHL	0,0000				
19				Toplam	1,0000	<--	=SUM(D14:D18)			Toplam	1,0000	<--	=SUM(K14:K18)		
20															
21				Optimal Portföy İstatistikleri											
22				Ortalama Getiri $E(r_p)$			0,16%	<--	=MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9))						
23				Varyans, σ_p^2			0,0003	<--	=MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))						
24				Standart Sapma, σ_p			1,87%	<--	=SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))))						
25				$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$			5,90%	<--	=(F22-D11)/F24						
26															

Açığa satış kısıtlaması her iki örnekte de etkin çalıştığı için bazı pay senetlerine hiç ağırlık verilmediği görülmektedir. Ancak, aşağıdaki işlem tablosundan da anlaşıldığı gibi, bu durumdan, tüm c sabiti değerleri için aynı sonucun çıkacağı anlamı da çıkarılmamalıdır. Örneğin, c sabiti $= -0,00284$ alındığında, çözücünün tüm pay senetlerini portföyde tuttuğu görülmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU (Açığa Satış Kısıtlanmış 4)												
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$			
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL							
5			ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,4750%	<-- =K5-\$D\$11		
6			BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,4469%	<-- =K6-\$D\$11		
7			FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,3866%	<-- =K7-\$D\$11		
8			DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	0,3381%	<-- =K8-\$D\$11		
9			MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,3979%	<-- =K9-\$D\$11		
10															
11			c sabiti	-0,00284											
12															
13			Optimal Portföy (Önerme 1)							Optimal Portföy (Test)					
14			ASUZU	0,2158						ASUZU	0,2158	<-- =D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)			
15			BRISA	0,1499						BRISA	0,1499				
16			FROTO	0,4869						FROTO	0,4869				
17			DYOBY	0,0992						DYOBY	0,0992				
18			MRSHL	0,0482						MRSHL	0,0482				
19			Toplam	1,0000	<-- =SUM(D14:D18)					Toplam	1,0000	<-- =SUM(K14:K18)			
20															
21			Optimal Portföy İstatistikleri												
22			Ortalama Getiri $E(r_p)$			0,13% <-- =MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9))									
23			Varyans, σ_p^2			0,0002 <-- =MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))									
24			Standart Sapma, σ_p			1,54% <-- =SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))))									
25			$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$			26,58% <-- =(F22-D11)/F24									
26															

Hatırlanacağı gibi, *c sabiti* 0,00028 iken, açığa satış kısıtlaması sadece DYOB pay senedi üzerinde etkili olmuştur. Diğer pay senetleri ile karşılaştırıldığında, birim başına daha yüksek standart sapmalı olduğu için, optimizasyon bu pay senedini portföy dışında tutmuştur. Aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi, *c* değeri yükseltildiğinde (örneğin, *c* = 0,00156) sadece en yüksek getirili; ancak en yüksek standart sapmalı ASUZU pay senedi portföyde tutulmaktadır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU (Açığa Satış Kısıtlanmış 5)												
3			Varyans-Kovaryans Matrisi						Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri E(r)	E(r) - c				
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL							
5			ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322	2,8820%	0,1910%	0,0350%	<--	=K5-\$D\$11		
6			BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173	2,8945%	0,1629%	0,0069%	<--	=K6-\$D\$11		
7			FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081	1,8856%	0,1028%	-0,0534%	<--	=K7-\$D\$11		
8			DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166	2,6382%	0,0541%	-0,1019%	<--	=K8-\$D\$11		
9			MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654	4,0666%	0,1139%	-0,0421%	<--	=K9-\$D\$11		
10															
11			c sabiti	0,00156											
12															
13			Optimal Portföy (Önerme 1)						Optimal Portföy (Test)						
14			ASUZU	1,0000					ASUZU	1,0000	<--	=D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)			
15			BRISA	0,0000					BRISA	0,0000					
16			FROTO	0,0000					FROTO	0,0000					
17			DYOBY	0,0000					DYOBY	0,0000					
18			MRSHL	0,0000					MRSHL	0,0000					
19			Toplam	1,0000	<--	=SUM(D14:D18)			Toplam	1,0000	<--	=SUM(K14:K18)			
20															
21			Optimal Portföy İstatistikleri												
22			Ortalama Getiri E(r _p)			0,19% <-- {=MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9)}									
23			Varyans, σ_p^2			0,0008 <-- {=MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))}									
24			Standart Sapma, σ_p			2,88% <-- {=SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))}									
25			θ = Theta = [E(r _p) - c] / σ_p			1,21% <-- =(F22-D11)/F24									
26															

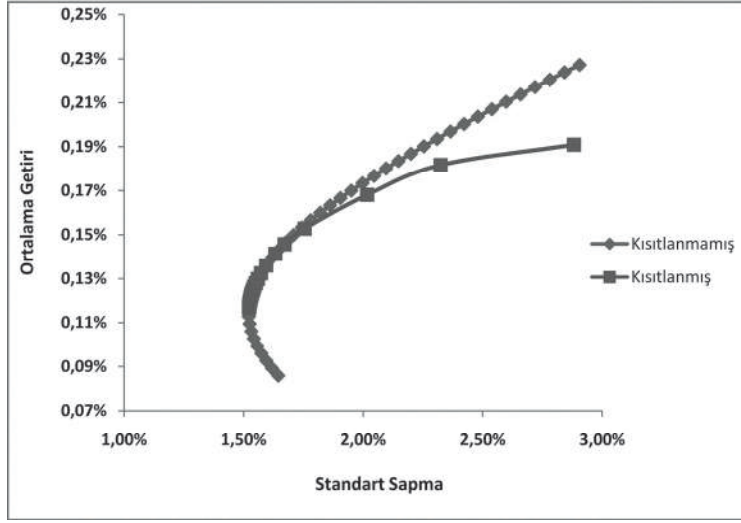
Açığa satış kısıtlaması olmaksızın etkin sınırın nasıl oluşturulacağı Örnek 1'de açıklanmıştı. Hatırlanacağı gibi, etkin sınırın tamamına ulaşmak için iki adet etkin portföyün varlığı yeterliydi. Ancak, açığa satış kısıtlaması söz konusu olduğunda bu durum geçerli değildir. Burada grafiksel olarak etkin sınırın saptanabilmesi için, çeşitli *c sabiti* değerlerine göre çok sayıda noktanın (optimal portföyün) bulunması gerekir². Aşağıdaki işlem tablosunda, Örnek 2 ile ilgili olarak yapılan 50 işleme ilişkin sonuçların bir kısmı görülmektedir.

² Bunun için, *Çözücü* işlevinin birçok kez çalıştırılması gerekir. Ancak, Excel'deki *VBA düzenleyicisi* kullanılarak önceden sınırlanmış bir döngü çerçevesinde bu işlemi yapacak bir alt program (*makro*) da hazırlanabilir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU (Açığa Satış Kısıtlanmış 6)											
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$		
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL						
5				0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	2,1910%	<-- =K5-\$D\$11	
6				0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	2,1629%	<-- =K6-\$D\$11	
7				0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	2,1026%	<-- =K7-\$D\$11	
8				0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	2,0541%	<-- =K8-\$D\$11	
9				0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	2,1139%	<-- =K9-\$D\$11	
10														
11				c sabiti	-0,02									
12														
13				Optimal Portföy (Önerme 1)						Optimal Portföy (Test)				
14				ASUZU	0,1656					ASUZU	0,1656	<-- =D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)		
15				BRISA	0,1091					BRISA	0,1091			
16				FROTO	0,5097					FROTO	0,5097			
17				DYOB	0,1605					DYOB	0,1605			
18				MRSHL	0,0551					MRSHL	0,0551			
19				Toplam	1,0000	<-- =SUM(D14:D18)				Toplam	1,0000	<-- =SUM(K14:K18)		
20														
21				Optimal Portföy İstatistikleri										
22				Ortalama Getiri $E(r_p)$		0,12%	<-- =MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9))							
23				Varyans, σ_p^2		0,0002	<-- =MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))							
24				Standart Sapma, σ_p		1,52%	<-- =SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))))							
25				$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$		139,05%	<-- =(F22-D11)/F24							
26														
27														
28				c sabiti	Standart Sapma σ_p	Ortalama Getiri $E(r)$	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL			
29		1	-0,02000	1,52%	0,12%	0,1656	0,1091	0,5097	0,1605	0,0551				
30		2	-0,01956	1,52%	0,12%	0,1658	0,1093	0,5096	0,1602	0,0551				
31		3	-0,01912	1,52%	0,12%	0,1661	0,1095	0,5095	0,1598	0,0551				
32		4	-0,01868	1,52%	0,12%	0,1664	0,1097	0,5094	0,1595	0,0550				
33		5	-0,01824	1,52%	0,12%	0,1666	0,1100	0,5092	0,1592	0,0550				
34		6	-0,01780	1,52%	0,12%	0,1669	0,1102	0,5091	0,1588	0,0550				
35		7	-0,01736	1,52%	0,12%	0,1672	0,1104	0,5089	0,1584	0,0549				
36		8	-0,01692	1,52%	0,12%	0,1676	0,1107	0,5088	0,1580	0,0549				
37		9	-0,01648	1,52%	0,12%	0,1679	0,1110	0,5086	0,1576	0,0548				
38		10	-0,01604	1,52%	0,12%	0,1683	0,1113	0,5085	0,1572	0,0548				
39		11	-0,01560	1,52%	0,12%	0,1686	0,1116	0,5083	0,1567	0,0547				
40		12	-0,01516	1,52%	0,12%	0,1690	0,1119	0,5081	0,1562	0,0547				

Grafik 2.5'te Örnek 1 ve Örnek 2'deki iki etkin sınır grafiği tek eksen üzerinde görülmektedir. *Açığa satış kısıtlanmamış etkin sınır*, belirli bir düzeyden sonra açığa satış kısıtlamalı etkin sınırın üzerinde seyretmektedir. Anlaşıldığı gibi, açığa satış kısıtlaması, görece daha yüksek getirili ve standart sapmalı portföyler üzerinde etkili olmuştur. Açığa satış kısıtlaması, maksimizasyon problemi üzerinde ek bir kısıt getirdiği için bu durum oldukça normaldir.

Grafik 2.5 Açığa Satışın Kısıtlanma Durumuna Göre Etkin Sınır (Örnek 1 ve Örnek 2)



2.5.4 Birden Fazla Kısıtlama Olması Durumunda Etkin Portföy Hesaplaması

Açığa satış kısıtlaması dışında, tekil olarak pay senedi pozisyon kısıtlamaları için de *Çözücü* işlevi kullanılabilir. Örneğin herhangi bir yatırımcı, herhangi bir pay senedinin portföydeki oranının %10 ile %50 arasında dalgalanmasını isteyebilir. Burada yapılacak tek şey, *Çözücü* işlevi arayüzünde portföy oranlarını gösteren hücre aralığının [D14:D18], alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtları tanımlamaktır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2				PORTFÖY OPTİMİZASYONU											
3				(Birden Fazla Kısıtlamalı)											
4				Varyans-Kovaryans Matrisi											
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															

	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL	Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$	
ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322	2,8820%	0,1910%	0,1630%	<-- =K5-\$D\$11
BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173	2,8945%	0,1629%	0,1349%	<-- =K6-\$D\$11
FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081	1,8856%	0,1026%	0,0746%	<-- =K7-\$D\$11
DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166	2,6382%	0,0541%	0,0261%	<-- =K8-\$D\$11
MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654	4,0666%	0,1139%	0,0859%	<-- =K9-\$D\$11

	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL	Toplam
Optimal Portföy (Önerme 1)	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	1,0000
Optimal Portföy İstatistikleri						
Ortalama Getiri $E(r_p)$						0,12%
Varyans, σ_{rp}^2						0,0003
Standart Sapma, σ_{rp}						1,75%
$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_{rp}$						5,54%

Çözücü Parametreleri

Hedef Hücre:

Eğitir: ☒ En Büyük ☐ En Küçük ☐ Değer: 0

Değişken Hücreler:

Kısıtlamalar:

-
-
-

Aşağıdaki işlem tablosunda, alt ve üst sınırları tanımlanmış portföy oranlarına göre elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Görüldüğü gibi, birim riskleri oldukça yüksek olan DYOBY ve MRSHL pay senetleri, önceki çözümlerin aksine, alt sınırdaki ağırlık almıştır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2			PORTFÖY OPTİMİZASYONU (Birden Fazla Kısıtlı)												
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart Sapma σ_r	Ortalama Getiri $E(r)$	$E(r) - c$			
4				ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL							
5			ASUZU	0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322		2,8820%	0,1910%	0,1630%	<-- =K5-\$D\$11		
6			BRISA	0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173		2,8945%	0,1629%	0,1349%	<-- =K6-\$D\$11		
7			FROTO	0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081		1,8856%	0,1026%	0,0746%	<-- =K7-\$D\$11		
8			DYOBY	0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166		2,6382%	0,0541%	0,0261%	<-- =K8-\$D\$11		
9			MRSHL	0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654		4,0666%	0,1139%	0,0859%	<-- =K9-\$D\$11		
10															
11			c sabiti	0,00028											
12															
13			Optimal Portföy (Önerme 1)							Optimal Portföy (Test)					
14			ASUZU	0,3438						ASUZU	0,3438	<-- =D14/SUM(\$D\$14:\$D\$18)			
15			BRISA	0,2186						BRISA	0,2186				
16			FROTO	0,2376						FROTO	0,2376				
17			DYOBY	0,1000						DYOBY	0,1000				
18			MRSHL	0,1000						MRSHL	0,1000				
19			Toplam	1,0000	<-- =SUM(D14:D18)					Toplam	1,0000	<-- =SUM(K14:K18)			
20															
21			Optimal Portföy İstatistikleri												
22			Ortalama Getiri $E(r_p)$			0,14%	<-- =MMULT(TRANPOSE(D14:D18),K5:K9))								
23			Varyans, σ_{rp}^2			0,0003	<-- =MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18)))								
24			Standart Sapma, σ_{rp}			1,73%	<-- =SQRT(MMULT(TRANPOSE(K14:K18),MMULT(D5:H9,K14:K18))))								
25			$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_{rp}$			6,63%	<-- =(F22-D11)/F24								
26															

2.6 Örnek Varyans – Kovaryans Matrisi ile Etkin Portföy Arasındaki İlişki

Daha önce de değinildiği gibi S , varyans – kovaryans matrisini; $E(r)$, pay senetlerinin beklenen getiri vektörünü ve c de sabit bir değeri göstermek üzere etkin portföy;

$$w = \frac{S^{-1}\{E(r) - c\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{E(r) - c\}]}$$

hesaplamasının sonucudur. Önceki örnekte yer alan verileri kullanarak c sabitinin 0,00028 olduğu varsayımı altında etkin portföy aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir [C16;G16].

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		ETKİN PORTFÖYÜN HESAPLANMASI									
3											
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi							Standart Sapma	Ortalama Getiri	
5									σ_r	$E(r)$	
6		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327		2,88%	0,1910%	
7		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196		2,89%	0,1629%	
8		DYOB	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239		1,89%	0,1026%	
9		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064		2,64%	0,0541%	
10		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754		4,07%	0,1139%	
11											
12		$c sabiti = r_f$	0,00028								
13											
14		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır: {=TRANPOSE(MMULT(MINVERSE(C6:G10),J6:J10-C12)/SUM(MMULT(MINVERSE(C6:G10),J6:J10-C12)))}									
15		ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	Toplam				
16		Etkin portföy	56,52%	39,68%	8,57%	-6,02%	1,25%	1,0000	<--	=SUM(C16:G16)	
17											
18		Pazar Değeri (TL)	42.955.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028				
19		Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%	<--	=G18/SUM(\$C\$18:\$G\$18)		
20											
21		Portföy İstatistikleri									
22											
23		Ortalama Getiri, $E(r_{EDVP})$			0,18%	<--	{=SUMPRODUCT(TRANPOSE(J6:J10),C16:G16)}				
24		Varyans, σ_{EDVP}^2			0,05%	<--	{=MMULT(MMULT(C16:G16,C6:G10),TRANPOSE(C16:G16))}				
25		Standart Sapma, σ_{EDVP}			2,30%	<--	=SQRT(E24)				

[C18:G19] hücre aralığında pay senetlerinin pazar değerleri ile pazar değerleri üzerinden hesaplanmış pazar oranları görülmektedir. Pazar oranları ile etkin portföy ağırlıkları arasındaki fark dikkat çekicidir. Örneğin, en düşük pazar oranına sahip ASUZU pay senedi, etkin portföyde en yüksek ağırlıkla (%43,94) yer almaktadır.

Aşağıdaki işlem tablosunda da görüldüğü gibi, portföy optimizasyonunda örnek varyans – kovaryans matrisini kullanmanın getirdiği iki sorundan söz edilebilir: Birincisi, optimal portföyün yüksek oranlarda kısa ve uzun pozisyonlar içermesidir. Çeşitli $c sabiti$ değerlerine göre Excel'deki *Veri Tablosu* aracı kullanılarak tüm etkin sınırı kapsayacak şekilde hesaplatılan optimal portföylerdeki pay senetlerinin, çok yüksek oranlarda pozitif ve negatif ağırlıklara sahip olduğu açık olarak görülmektedir. Sadece ASUZU ve BRISA pay senetlerinin ağırlıklarının tamamı pozitiftir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
28		Veri Tablosu, çeşitli c sabiti değerlerine göre optimal portföyler dizisini göstermektedir. Burada, 30'uncu satırdaki tablo başlıkları 16'ıncı satırdaki etkin portföy hesaplamasını referans almaktadır.										
29			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	En Yüksek Pozisyon	En Düşük Pozisyon			
30		c								<-- Tablo başlıkları gizlenmiştir		
31		-0,0010	29,27%	19,82%	13,91%	32,94%	4,06%	32,94%	4,06%			
32		-0,0009	30,05%	20,38%	13,76%	31,83%	3,98%	31,83%	3,98%			
33		-0,0008	30,92%	21,02%	13,59%	30,59%	3,89%	30,92%	3,89%			
34		-0,0007	31,89%	21,72%	13,40%	29,20%	3,79%	31,89%	3,79%			
35		-0,0006	32,98%	22,52%	13,19%	27,64%	3,67%	32,98%	3,67%			
36		-0,0005	34,23%	23,43%	12,94%	25,86%	3,55%	34,23%	3,55%			
37		-0,0004	35,66%	24,47%	12,66%	23,81%	3,40%	35,66%	3,40%			
38		-0,0003	37,31%	25,68%	12,34%	21,45%	3,23%	37,31%	3,23%			
39		-0,0002	39,25%	27,09%	11,96%	18,67%	3,03%	39,25%	3,03%			
40		-0,0001	41,56%	28,77%	11,50%	15,37%	2,79%	41,56%	2,79%			
41		0,0000	44,35%	30,80%	10,96%	11,39%	2,50%	44,35%	2,50%			
42		0,0001	47,79%	33,31%	10,28%	6,47%	2,15%	47,79%	2,15%			
43		0,0002	52,13%	36,47%	9,43%	0,27%	1,70%	52,13%	0,27%			
44		0,0003	57,79%	40,60%	8,32%	-7,83%	1,12%	57,79%	-7,83%			
45		0,0004	65,47%	46,20%	6,81%	-18,81%	0,33%	65,47%	-18,81%			
46		0,0005	76,50%	54,24%	4,65%	-34,58%	-0,81%	76,50%	-34,58%			
47		0,0006	93,68%	66,75%	1,28%	-59,13%	-2,57%	93,68%	-59,13%			
48		0,0007	124,09%	88,92%	-4,69%	-102,62%	-5,71%	124,09%	-102,62%			
49		0,0008	192,71%	138,92%	-18,15%	-200,71%	-12,77%	192,71%	-200,71%			
50		0,0009	492,90%	357,69%	-77,04%	-629,88%	-43,68%	492,90%	-629,88%			
51		0,0010	-680,63%	-497,54%	153,18%	1047,86%	77,14%	1047,86%	-680,63%			
52												
53		Δc	0,0001									
54												

Optimizasyon süreci sonunda kabul edilebilir düzeyde portföy oranları ortaya çıkmıyorsa, bu durum örnek varyans – kovaryans matrisinden ve/veya ortalama getiri vektöründen kaynaklanabilir. Bir başka neden de, bu örnekte karşılaşılacak birliktelikte, örnek varyans – kovaryans matrisi üzerinden hesaplanan korelasyonların yüksek olmasıdır. Yol gösterici olması bakımından örnek portföye ilişkin korelasyon bilgisi de bir sonraki işlem tablosunda verilmiştir:

Örnek varyans – kovaryans matrisi geçmiş verilerden kolayca hesaplanabilmesine rağmen, daha önce belirtildiği gibi bu hesaplamanın bazı sorunları da bulunmaktadır. Örnek varyans – kovaryans matrisi özellikle en düşük varyanslı portföyün kestiriminde sıkıntı yaratmakta, hem kısa hem de uzun olmak üzere yüksek oranlarda pay senedi pozisyonları üretmektedir. Aşağıda, örnek varyans – kovaryans matrisi yerine kullanılabilecek birkaç seçenek yöntemden söz edilecektir. Örnek uygulamalardan da anlaşılacağı gibi tüm bu yöntemler, varyansları dikkate almadan kovaryanslar üzerine yoğunlaşmaktadır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		ETKİN PORTFÖYÜN HESAPLANMASI									
3											
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi						Standart Sapma	Ortalama Getiri		
5								σ_r	$E(r)$		
6		ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRS HL					
7		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327	2,88%	0,1910%		
8		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196	2,89%	0,1629%		
9		DYOBY	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239	1,89%	0,1026%		
10		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064	2,64%	0,0541%		
11		MRS HL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754	4,07%	0,1139%		
12		Korelasyon hesaplamalarında =D6/SQRT(INDEX(\$C\$6:\$G\$10,D\$14,D\$14)*INDEX(\$C\$6:\$G\$10,\$B15,\$B15)). işlemi yapılmıştır. Köşegen korelasyonlar 1'e eşit olduğu için gösterilmemiştir. İşlemi yaptırabilmek için satır ve sütunlar 1'den 5'e kadar numaralandırılmıştır.									
13		ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRS HL					
14		1	2	3	4	5					
15	1		0,2111	0,2038	0,1630	0,2663	ASUZU				
16	2			0,3470	0,2363	0,1575	BRISA				
17	3				0,1920	0,2109	DYOBY				
18	4					0,0807	FROTO				
19							MRS HL				
20											
21	En yüksek korelasyon				0,3470	<-- =MAX(C15:G18)					
22	2'inci en yüksek				0,2663	<-- =LARGE(C15:G18,2)					
23	3'üncü en yüksek				0,2363	<-- =LARGE(C15:G18,3)					
24	4'üncü en yüksek				0,2111	<-- =LARGE(C15:G18,4)					
25	5'inci en yüksek				0,2109						
26	6'inci en yüksek				0,2038						
27	7'inci en yüksek				0,1920						
28	8'inci en yüksek				0,1630						
29	9'uncu en yüksek				0,1575						
30	En küçük korelasyon				0,0807	<-- =MIN(C15:G18)					
31	Ortalama Korelasyon				0,2069	<-- =AVERAGE(D15:G18)					
32											
33	0,25'den yüksek korelasyon sayısı				2	<-- =COUNTIF(C15:G18,">0,25")					
34											

2.6.1 Tek Endeks Modeli'ne Göre Örnek Varyans – Varyans Matrisi

Tek Endeks Modeli, varyans – kovaryans kestiriminde kullanılabilecek yöntemlerden biridir. Sharpe'ın Tek Endeks Modeli ile CAPM sıklıkla karıştırılmaktadır. İlki, getirilerin nasıl oluştuğuna ilişkin “arz yanlı” model iken; ikincisi ise, “talep yönlü” modeldir. Bu modellerin her ikisi de birbirinden bağımsız olarak uygulamada kullanılmaktadır (Varian, 1993).

Markowitz'in birinci dereceden doğrusal yaklaşımının kullanıldığı Tek Endeks Modeli ile ilgili çalışma, aşağıda matematiksel gösterimi olan Sharpe (1963)'ün Sermaye

Varlıklarını Fiyatlama Modeli (CAPM)'nin de çıkış noktası olmuştur. Bu model, karmaşık varyans – kovaryans hesaplamalarına basitleştirici bir yaklaşım sunmaktadır. Bilindiği gibi, tek endeks modelinin temel varsayımı, her bir varlığın getirisinin pazar endeksi M ile doğrusal olarak ilişkili olduğudur.

Sharpe'ın "Tek Endeks Modeli" olarak adlandırdığı, 2000'li yıllarda ise "Pazar Modeli" ya da "Tek Etken Modeli" olarak bilinen bu modele göre, bir pay senedinin getirisi üç unsurdan oluşmaktadır:

- Pazarın risksiz faiz oranını aşan getirisi ($r_m - r_f$);
- pazarın hareketine karşı menkul değerın getirisinin duyarlılığı (β_i) ve
- menkul değeri çıkaran kuruluşa özgü hata terimi. Buna göre, herhangi bir i varlığın beklenen getirisi;

$$\tilde{r}_{i,t} = \alpha_i + \beta_{r_i} \tilde{r}_{M,t} + \tilde{\varepsilon}_i$$

olur.

Sharpe (1963)'in çalışmasında risk iki kısımda incelenmektedir. Birincisi, toplam pazarın hareketine menkul değerin duyarlılığını ölçen sistematik risk; ikincisi ise, menkul değeri çıkaran kuruluşa özgü olan sistematik olmayan risktir. Buna göre, pazarın ek getirisinin varyansı $\sigma_{r_m}^2$ ise; her bir menkul değerin beklenen getirisinin varyansı şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{r_i}^2 = \beta_{r_i}^2 \sigma_{r_m}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2$$

Tek Endeks Modeli'ne göre pay senedi getirileri sadece pazar getirisi r_m 'den etkilenmektedir. Bu durumda, pay senetlerinin sistematik olmayan riskini temsil eden ε_i ve ε_j artık değerleri arasındaki korelasyonun sıfır olduğu varsayımı altında, herhangi i varlığın beklenen getirisi ve getiriler arasındaki kovaryansı ise şöyledir:

$$E(r) = \tilde{r}_{i,t} = \alpha_i + \beta_{r_i} \tilde{r}_{M,t}$$

$$\sigma_{r_i r_j} = \beta_i \beta_j \sigma_{r_m}^2 \leftarrow i \neq j$$

$$\sigma_{r_i r_j} = \beta_i \beta_j \sigma_{r_m}^2 = \sigma_{r_i}^2 \leftarrow i = j$$

Görüldüğü gibi, tek endeks modelinin varsayımları, örnek varyansından çok kovaryanslardaki değişimlerle ilgilidir. Bu doğrusal ilişki, en küçük kareler yöntemiyle kolayca modellenenilmekte ve tahmini katsayılar kullanılarak, optimal portföyün oluşturulması için gereken kovaryansların hesaplanması mümkün olabilmektedir. Sharpe'ın yaklaşımı, portföyün hesapsal boyutunu büyük oranda azaltmış ve etkin portföylerin saptanmasını çok daha basitleştirmiştir.

Aşağıdaki örnek işlem tablosunda, seçilmiş beş pay senedi ile İMKB100 pazar endeksinin 249 günlük fiyat ve getiri verileri ile beta katsayıları ([T17:Y17] hücre aralığı) görülmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2		SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ														
3		Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.														
4			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL									
5		Ödenmiş Sermaye (1000 TL)	100.000	25.420	16.500	14.277	10.000									
6		Pay Senedi Sayısı	100.000.000	25.419.707	16.500.000	14.276.790	10.000.000									
7		Takastaki Pay Senedi Sayısı	4.033.370	748.588	62.110.448	60.955.779	3.199.198									
8		Pazar Değeri (TL)	42.955.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028									
9		Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%									
10																
11																
12		Tarih	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100	ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100		
13		03.08.2010	6,60	93,18	1,29	10,33	30,75	60078,50								
14		04.08.2010	6,55	97,05	1,34	10,14	35,00	59680,68	-0,0076	0,0407	0,0380	-0,0186	0,1295	-0,0033	<-- =LN(G14/G13)	
15		05.08.2010	6,55	94,63	1,36	10,23	35,50	59603,14	0,0000	-0,0253	0,0148	0,0088	0,0142	-0,0046	<-- =LN(G15/G14)	
16		06.08.2010	6,60	98,49	1,35	10,14	38,25	59753,02	0,0076	0,0400	-0,0074	-0,0088	0,0748	0,0025	<-- =LN(G16/G15)	
17		09.08.2010	6,50	95,60	1,33	10,05	36,50	59885,85	-0,0153	-0,0298	-0,0149	-0,0089	-0,0468	0,0022		
18		10.08.2010	6,50	96,11	1,33	10,05	38,00	59169,51	0,0000	-0,0081	0,0000	0,0000	0,0403	-0,0120		
19		23.08.2011	10,96	151,50	1,58	14,00	50,25	63240,11	0,0000	0,0098	-0,0126	-0,0107	-0,0099	-0,0099		
20		24.06.2011	10,85	154,50	1,58	13,80	50,25	64100,82	-0,0092	0,0065	0,0000	-0,0144	0,0000	0,0135		
21		27.06.2011	10,75	156,00	1,57	13,50	50,25	63596,17	-0,0093	0,0097	0,0554	-0,0220	0,0000	-0,0079		
22		28.06.2011	11,35	154,00	1,57	13,40	50,25	62909,49	0,0543	-0,0129	0,0000	-0,0074	0,0000	-0,0109		
23		29.06.2011	11,30	153,00	1,55	13,40	49,75	62689,79	-0,0044	-0,0065	-0,0120	0,0000	-0,0100	-0,0035		
24		11.07.2011	11,20	153,00	1,54	13,35	48,80	63251,06	-0,0089	0,0000	-0,0051	-0,0037	-0,0193	0,0091		
25		12.07.2011	11,25	152,00	1,53	13,45	50,00	62743,51	0,0045	-0,0066	-0,0051	0,0075	0,0243	-0,0052		
26		13.07.2011	11,10	151,00	1,50	13,25	49,20	62635,13	-0,0134	-0,0066	-0,0186	-0,0150	-0,0161	-0,0017		
27		14.07.2011	11,05	150,50	1,58	13,20	48,40	62024,97	-0,0045	-0,0033	-0,0126	-0,0038	-0,0164	-0,0098		
28		15.07.2011	11,05	151,00	1,50	13,15	48,10	61840,10	0,0000	0,0033	0,0126	-0,0038	-0,0062	-0,0030		
29		18.07.2011	11,30	150,00	1,59	13,10	48,10	61636,83	0,0224	-0,0068	-0,0063	-0,0038	0,0000	-0,0033		
30		19.07.2011	11,65	145,00	1,51	13,00	48,30	60882,33	0,0305	-0,0339	0,0125	-0,0077	0,0041	-0,0123		
31		20.07.2011	10,90	141,00	1,52	13,05	45,50	59602,32	-0,0955	-0,0280	-0,0575	0,0038	-0,0597	-0,0179		
32		21.07.2011	10,55	136,50	1,49	12,75	44,70	61047,65	-0,0326	-0,0324	-0,0199	-0,0233	-0,0177	0,0206		
33		22.07.2011	10,55	137,00	1,50	12,55	44,30	61388,64	0,0000	0,0037	0,0097	-0,0156	-0,0090	0,0056		
34		25.07.2011	10,65	149,00	1,49	12,45	46,00	61181,55	0,0054	0,0840	-0,0057	-0,0060	0,0377	-0,0034		
35		26.07.2011	10,65	147,00	1,50	12,95	46,10	62530,88	0,0000	-0,0135	0,0067	0,0394	0,0022	0,0218		
36																

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
11													
12		Günlük		ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
13		Ortalama Getiri		0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	<-- =AVERAGE(N14:N261)				
14		Getirilerin Varyansı		0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	<-- =VARP(N14:N261)				
15		Getirilerin Standart Sapması		2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	<-- =STDEVP(N14:N261)				
16													
17		Beta Katsayısı		0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	<-- =SLOPE(N14:N261,\$O\$14:\$O\$261)				
18													

Tek endeks modeline göre varyans – kovaryans matrisinin hesaplanmasında Excel'deki EĞER koşullu dizi işlevi kullanılabilir. Bu işlev, EĞER(KOŞUL, Koşul doğru ise YANIT, koşul doğru değilse YANIT) olmak üzere üç bileşenden oluşmaktadır.

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
29													

[S20:Y22] hücre aralığındaki açıklama notundan da anlaşıldığı gibi EĞER işlevi şu anlama gelmektedir:

"S23:W23=R24:R28 koşuluna göre, satır başlıklarını gösteren [R24:R28] hücre aralığı S14:W14 sütun aralığına eşit (koşul geçerli) ise, DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(S17:W17);S17:W17)*X14 hesaplamasını yap!"

EĞER işlevindeki birinci koşul, hesaplama köşegene denk geliyorsa pay senedi getirilerinin kendi varyansına eşit olması gerektiğini tanımlamaktadır. İkinci koşul ise, hesaplama köşegen dışında kalıyorsa (=DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(S17:W17);S17:W17)*X14) şeklinde $\beta_i \beta_j \sigma_{r_M}^2$ hesaplamasının yapılacağı anlamına gelmektedir. Daha anlaşılır olması için, koşul doğru ise 1, yanlış ise 0 seçenekleri girildiğinde aşağıda görüldüğü gibi matris köşegeninin 1'e eşit olması gerekir.

	A	R	S	T	U	V	W	X
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								

Bu modele göre varyans – kovaryans matrisi, seçenek olarak beta sütun vektörüne göre aşağıdaki şekilde de hesaplanabilir:

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
30										
31		Tek Endeks Modeli'ne göre varyans - kovaryans matrisi şu şekilde de hesaplanabilir:								
32		{=IF(\$R36=\$S\$35,\$S\$14,\$S\$17*\$Y36*\$X\$14)}								
33		Burada, 17'inci satır ile y sütunu pay senedi beta'larını göstermektedir.								
34										
35			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL		Beta	
36		ASUZU	0,000860	0,000000	-0,000001	0,000000	0,000000		0,070340	
37		BRISA	0,000000	0,000884	0,000000	0,000000	0,000000		-0,042712	
38		DYOBY	-0,000001	0,000000	0,000731	0,000000	0,000000		-0,044997	
39		FROTO	0,000000	0,000000	0,000000	0,000359	0,000000		-0,026603	
40		MRSHL	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,001754		0,010288	
41										

Anlaşıldığı gibi, tek endeks modeline göre hesaplanan varyans - kovaryans matrisi, geçmiş getirilere göre hesaplanan örnek varyans - kovaryans matrisinden farklıdır. Özellikle, 'beta' katsayıları pozitif olduğu sürece -ki çoğunlukla böyledir- tek endeks modeliyle hesaplanan varyans - kovaryans matrisinde hiç negatif değer, yani pay senetleri arasında negatif kovaryans, söz konusu olmayacaktır (Korkmaz & Pekkaya, 2009).

2.6.2 Sabit Korelasyon Yaklaşımına Göre Örnek Varyans Kovaryans Matrisi

Sabit korelasyon modelinde kovaryanslar, tekil varlıkların korelasyon katsayıları ortalamasının kullanıldığı sabit bir korelasyon katsayısına göre hesaplanmaktadır. Korelasyon katsayısının sabit olması durumunda kovaryans;

$$\sigma_{r_i r_j} = \rho \sigma_{r_i} \sigma_{r_j} \leftarrow i \neq j$$

$$\sigma_{r_i r_j} = \sigma_{r_i}^2 \leftarrow i = j$$

olur (Benninga, 2008).

Aşağıdaki işlem tablosunda, önceki örneğin devamı olarak seçilmiş beş pay senedinin korelasyon matrisi görülmektedir. Burada, seçilen hücre aralığı içindeki aktif hücreye;

=DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(J14:N261-S13:W13);J14:N261-S13:W13)/(249-1)/DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(S15:W15);S15:W15)

işlemi girilir ve tuş takımında *ctrl + alt + enter* tuşlanarak tüm hücre aralığına matris hesaplatılır. Burada [J14:N261] hücre aralığı, 249 günlük getiri verisini göstermektedir. [S18] hücresinde örnek beş pay senedinin korelasyon ortalaması görülmektedir (0,1655=[S25:W29]-1/5).

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
2	SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ															
3	Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.															
4		ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL										
5	Ödenmiş Sermaye (1000 TL)	100.000	25.420	16.500	14.277	10.000										
6	Pay Senedi Sayısı	100.000.000	25.419.707	16.500.000	14.276.790	10.000.000										
7	Takastaki Pay Senedi Sayısı	4.033.370	748.588	62.110.448	60.955.779	3.199.198										
8	Pazar Değeri (TL)	42.965.391	110.042.436	93.165.672	789.377.338	147.483.028										
9	Pazar Oranı	3,63%	9,30%	7,88%	66,73%	12,47%										
10																
11																
12																
13	Tarih	ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	İMKB100	ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	İMKB100			
14	03.08.2010	6,60	93,18	1,29	10,33	30,75	60078,50									
15	04.08.2010	6,55	97,05	1,34	10,14	35,00	59680,68	-0,0076	0,0407	0,0380	-0,0186	0,1295	-0,0033	<-- =LN(G14/G13)		
16	05.08.2010	6,55	94,63	1,36	10,23	35,50	59603,14	0,0000	-0,0253	0,0148	0,0088	0,0142	-0,0046	<-- =LN(G15/G14)		
17	06.08.2010	6,60	98,49	1,35	10,14	38,25	59753,02	0,0076	0,0400	-0,0074	-0,0088	0,0748	0,0025	<-- =LN(G16/G15)		
18	09.08.2010	6,50	95,60	1,33	10,05	36,50	59855,85	-0,0153	-0,0298	-0,0149	-0,0089	-0,0488	0,0022			
19	10.08.2010	6,50	95,11	1,33	10,05	38,00	59169,61	0,0000	-0,0051	0,0000	0,0000	0,0403	-0,0093			
20	23.06.2011	10,95	153,50	1,58	14,00	50,25	63240,11	0,0000	0,0098	-0,0126	-0,0107	-0,0099	-0,0099			
21	24.06.2011	10,85	154,50	1,58	13,80	50,25	64100,82	-0,0092	0,0065	0,0000	-0,0144	0,0000	0,0135			
22	27.06.2011	10,75	156,00	1,67	13,50	50,25	63596,17	-0,0093	0,0097	0,0554	-0,0220	0,0000	-0,0079			
23	28.06.2011	11,35	154,00	1,67	13,40	50,25	62909,49	0,0543	-0,0129	0,0000	-0,0074	0,0000	-0,0109			
24	29.06.2011	11,30	153,00	1,65	13,40	49,75	62689,79	-0,0044	-0,0065	-0,0120	0,0000	-0,0100	-0,0035			
25	11.07.2011	11,20	153,00	1,64	13,35	48,80	63251,06	-0,0089	0,0000	-0,0051	-0,0037	-0,0193	0,0091			
26	12.07.2011	11,25	152,00	1,63	13,45	50,00	62743,61	0,0045	-0,0066	-0,0061	0,0075	0,0243	-0,0082			
27	13.07.2011	11,10	151,00	1,60	13,25	49,20	62635,13	-0,0134	-0,0066	-0,0186	-0,0150	-0,0161	-0,0017			
28	14.07.2011	11,05	150,50	1,58	13,20	48,40	62024,97	-0,0045	-0,0033	-0,0126	-0,0038	-0,0164	-0,0098			
29	15.07.2011	11,05	151,00	1,60	13,15	48,10	61840,10	0,0000	0,0033	0,0126	-0,0038	-0,0062	-0,0030			
30	18.07.2011	11,30	150,00	1,59	13,10	48,10	61636,83	0,0224	-0,0066	-0,0063	-0,0038	0,0000	-0,0033			
31	19.07.2011	11,65	145,00	1,61	13,00	48,30	60882,33	0,0305	-0,0339	0,0125	-0,0077	0,0041	-0,0123			
32	20.07.2011	10,90	141,00	1,52	13,05	45,50	59802,32	-0,0895	-0,0280	-0,0575	0,0038	-0,0597	-0,0179			
33	21.07.2011	10,55	136,50	1,49	12,75	44,70	61047,65	-0,0326	-0,0324	-0,0199	-0,0233	-0,0177	0,0206			
34	22.07.2011	10,55	137,00	1,50	12,55	44,30	61388,64	0,0000	0,0037	0,0057	-0,0155	-0,0090	0,0056			
35	25.07.2011	10,65	149,00	1,49	12,45	46,00	61181,55	0,0094	0,0840	-0,0057	-0,0060	0,0377	-0,0034			
36	26.07.2011	10,65	147,00	1,50	12,95	46,10	62530,88	0,0000	-0,0135	0,0057	0,0394	0,0022	0,0218			

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
8													
9													
10													
11													
12			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	İMKB100					
13		E(r _i)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	0,02%	<-- =AVERAGE(N14:N261)				
14		σ _i ²	0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	0,0002	<-- =VARP(N14:N261)				
15		σ _i	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	1,28%	<-- =STDEVP(N14:N261)				
16													
17		β	0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	1,0000	<-- =SLOPE(N14:N261,\$O\$14:\$O\$261)				
18		PORTALAMA	0,1655	<-- =AVERAGE(S25:W29)-1/5									
19													
20													
21													
22													
23													
24			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL						
25		ASUZU	1,000000	0,211094	0,203844	0,163048	0,266295						
26		BRISA	0,211094	1,000000	0,346958	0,236321	0,157500						
27		DYOB	0,203844	0,346958	1,000000	0,192007	0,210870						
28		FROTO	0,163048	0,236321	0,192007	1,000000	0,080731						
29		MRSHL	0,266295	0,157500	0,210870	0,080731	1,000000						
30													

Sabit korelasyon matrisinin hesaplanmasında, tek endeks modelinde olduğu gibi, *EĞER* koşullu dizi işlevinden yararlanılabilir. Buna göre,

=EĞER(R36:R40=S35:W35;S14:X14;DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(S15:X15);S15:X15)*S18)

dizi işlemi, seçili matris aralığındaki aktif hücreye girilerek ortalama korelasyon [S18] cinsinden varyans – kovaryans matrisi hesaplatılır. Hesaplama sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir.

8		A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
9		SABİT KORELASYON YAKLAŞIMI İLE VARYANS - KOVARYANS MATRİSİNİN HESAPLANMASI												
10														
11														
12				ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	İMKB100					
13		E(r _i)		0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	0,02%	<-- =AVERAGE(N14:N261)				
14		σ _i ²		0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	0,0002	<-- =VARP(N14:N261)				
15		σ _i		2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	1,28%	<-- =STDEVP(N14:N261)				
16														
17		β		0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	1,0000	<-- =SLOPE(N14:N261,\$O\$14:\$O\$261)				
18		PORTALAMA		0,1655	<-- =AVERAGE(\$25:W29)-1/5									
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														
36				ASUZU	0,000860	0,000144	0,000131	0,000092	0,000203					
37				BRISA	0,000144	0,000884	0,000133	0,000093	0,000206					
38				DYOB	0,000131	0,000133	0,000731	0,000085	0,000187					
39				FROTO	0,000092	0,000093	0,000085	0,000359	0,000131					
40				MRSHL	0,000203	0,000206	0,000187	0,000131	0,001754					
41														

Bununla birlikte, sabit korelasyon yaklaşımında ortalama korelasyonun kullanılması zorunlu değildir. Eğer yatırımcı gelecekte korelasyonların değişeceğini –örneğin 0,40 olacağını- öngörebilir. Bu durumda korelasyon matrisi aşağıdaki gibi olacaktır:

6	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
7												
8												
9												
10												
11												
12			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	İMKB100				
13		E(ri)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	0,02%	<-- =AVERAGE(N14:N261)			
14		σi²	0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	0,0002	<-- =VARP(N14:N261)			
15		σi	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	1,28%	<-- =STDEVP(N14:N261)			
16												
17		β	0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	1,0000	<-- =SLOPE(N14:N261,\$O\$14:\$O\$261)			
18	PORTALAMA		0,4000	<-- Yatırımcının öngörüsü								
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26	ASUZU											
27	BRISA											
28	DYOB											
29	FROTO											
30	MRSHL											
31												
32												
33												
34												
35												
36	ASUZU											
37	BRISA											
38	DYOB											
39	FROTO											
40	MRSHL											
41												

2.6.3 Daraltılmış Varyans – Kovaryans Matrisi

Varyans – kovaryans kestiriminde en çok kullanılan yöntemlerden biri de varyans *daraltıcı* (shrinkage) işlem yapmaktır. Bu yönteme göre varyans – kovaryans matrisi; belirli bir daraltıcı faktör λ 'e göre düzeltilmiş örnek varyans – kovaryans matrisi ile

sadece varyansların yer aldığı köşegen matrisin dışbükey bileşimi şeklinde hesaplanmaktadır (Benninga, 2008):

$$S_{Daraltılmış} = \lambda \times S_{Örnek} + (1 - \lambda) \times S_{Köşegen varyans}$$

Örneğin, daraltıcı faktör $\lambda = 0,40$ 'a göre hesaplanmış varyans - kovaryans matrisi aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir:

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
6												
7	DARALTILMIŞ VARYANS - KOVARYANS MATRİSİNİN HESAPLANMASI											
8	Daraltıcı Faktör $\lambda = 0,40$											
9												
10												
11			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL	İMKB100				
12	E(r _i)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	0,02%	=AVERAGE(N13:N260)				
13	σ_i^2	0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	0,0002	=VARP(N13:N260)				
14	σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	1,28%	=STDEVP(N13:N260)				
15												
16	β	0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	1,0000	=SLOPE(N13:N260,\$O\$13:\$O\$260)				
17	λ	0,4000	← Örnek varyans - kovaryansın ağırlığı									
18												
19	DARALTILMIŞ VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ											
20												
21	Daraltılmış varyans - kovaryans matrisi hesaplamasında											
22	(=S17*S39:W43+(1-S17)*S50:W54) dizi işlemi yapılmıştır.											
23												
24												
25			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
26	ASUZU	0,000860	0,000074	0,000065	0,000036	0,000131						
27	BRISA	0,000074	0,000884	0,000112	0,000053	0,000078						
28	DYOBY	0,000065	0,000112	0,000731	0,000039	0,000095						
29	FROTO	0,000036	0,000053	0,000039	0,000359	0,000026						
30	MRSHL	0,000131	0,000078	0,000095	0,000026	0,001754						
31												
32	ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ											
33												
34	Daraltma işlemi yapılacak örnek varyans - kovaryans matrisi											
35	(=MMULT(TRANSPPOSE(J13:N260-S12:W12),J13:N260-S12:W12)/(249-1))											
36	şeklinde hesaplanmıştır.											
37												
38			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
39	ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327						
40	BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196						
41	DYOBY	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239						
42	FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064						
43	MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754						
44												
45	Daraltılmış varyans - kovaryans hesabı için kullanılan köşegen varyansların yer											
46	aldığı matris (=MMULT(TRANSPPOSE(J13:N260-S12:W12),J13:N260-S12:W12)/(249-											
47	1)*IF(S49:W49=R50:R54,1,0)) "şeklinde hesaplanmıştır.											
48												
49			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
50	ASUZU	0,00086	0	0	0	0						
51	BRISA	0	0,000883657	0	0	0						
52	DYOBY	0	0	0,000730804	0	0						
53	FROTO	0	0	0	0,00035884	0						
54	MRSHL	0	0	0	0	0,001753526						
55												

Bu yöntemin en önemli sorunu, daraltıcı faktörün ne olacağıdır. Benninga (2008)'ya göre, kolaylaştırıcı bir yöntem olarak burada, en düşük varyanslı portföy ağırlıklarını pozitif yapacak bir oran seçilebilir.

2.7 En Düşük Varyanslı Portföyün Hesaplanması

Daha önce de belirtildiği gibi, varyans – kovaryans matrisi temel olarak en düşük varyanslı portföyler (EDVP) ile etkin portföylerin bulunmasında kullanılmaktadır. Kuramsal olarak EDVP, açığa satış kısıtlamasının olmadığı varsayımı altında, varyans – kovaryans matrisi S veri iken varyansı en düşük olan portföydür. Grafiksel olarak ise EDVP; tüm elverişli portföyler arasında etkin sınırın en solunda yer alan portföydür ve etkin diziyi ikiye bölen noktada yer almaktadır (Haugen, 1987).

Portföy kuramına göre, menkul değer pazar doğrusunun etkin diziyi teğet geçtiği noktadaki portföy, tek etkin portföydür. Ancak, Jorion (1991)'un çalışmasında olduğu gibi en düşük varyanslı portföyler, teğet portföylere göre daha başarılı olabilmektedir.

Örneğin, N adet varlığın varyans kovaryans matrisi S olsun. Buna göre, açığa satış kısıtlaması olmaması durumunda EDVP;

$$w_{EDVP} = \{w_{EDVP,1}, w_{EDVP,2}, \dots, w_{EDVP,N}\} = \frac{\mathbf{1} \times S^{-1}}{\mathbf{1} \times S \times \mathbf{1}^T} \leftarrow \mathbf{1} = \{1, 1, \dots, 1\}$$

şeklinde ifade edilebilir (Kempf & Memmel, 2006). Burada $\mathbf{1}$; $n \times 1$ vektörünü göstermektedir.

Bu portföyün getirisi ve standart sapması ise;

$$\mu_{r_{EDVP}} = w_{EDVP} E(r)$$

$$\sigma_{r_{EDVP}}^2 = w_{EDVP} S w_{EDVP}^T$$

şeklinde hesaplanır.

Yukarıdaki açıklamalar ışığında, örnek varyans – kovaryans matrisini kullanarak beş pay senedinden oluşan en düşük varyanslı portföy, Excel yardımıyla şu şekilde oluşturulabilir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI									
3											
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi									
5			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL		Bir		
6		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327		1		
7		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196		1		
8		DYOB	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239		1		
9		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064		1		
10		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754		1		
11											
12		E(r)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%				
13		σ_r^2	0,09%	0,09%	0,07%	0,04%	0,18%				
14		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%				
15											
16		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işlemlere göre hesaplanmıştır: {=MMULT(TRANPOSE(I6:I10),MINVERSE(C6:G10))/MMULT(MMULT(TRANPOSE(I6:I10),MINVERSE(C6:G10)),I6:I10)}									
17			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	Toplam			
18		w _{EDVP}	14,81%	9,28%	16,75%	53,61%	5,54%	1,0000	<-- =SUM(C18:G18)		
19											
20		Portföy İstatistikleri									
21											
22		Ortalama Getiri, E(r _{EDVP})			0,0011	<-- {=SUMPRODUCT(C12:G12,C18:G18)}					
23		Varyans, σ_{EDVP}^2			0,0002	<-- {=MMULT(MMULT(C18:G18,C6:G10),TRANPOSE(C18:G18))}					
24		Standart Sapma, σ_{EDVP}			0,0154	<-- =SQRT(E23)					
25											

Dikkat edilirse, açığa satış kısıtlaması olmamasına rağmen hiçbir pay senedinde negatif ağırlık çıkmamıştır. Varyans – kovaryanslar arasında negatif ilişki söz konusu olmadığı için bu sonuç olağandır. Ancak, gelecek bölümlerde de görüleceği gibi bazı pay senetlerinin getirileri arasında ters ilişki söz konusu olduğunda büyük olasılıkla örnek varyans – kovaryansından kaynaklanan yüksek oranlı negatif ağırlıklar oluşabilmektedir. Bu soruna karşılık kullanılabilecek tekniklere gelecek konularda değinilmiştir.

2.8 Karşılaştırmalı Olarak Varyans – Kovaryans Hesaplama Yöntemlerinin En Düşük Varyanslı Portföye Etkisi

En düşük varyanslı portföy hesaplamasına daha önce değinilmişti. Hatırlanacağı gibi EDVP, etkin sınır üzerinde en solda yer alan optimal portföydü. Ele alınan örneğe geri dönülürse, örnek varyans – kovaryans üzerinden hesaplanan EDVP sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda verilmiştir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ İLE EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI										
3												
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi										
5			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL		Bir			
6		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327		1			
7		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196		1			
8		DYOB	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239		1			
9		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064		1			
10		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754		1			
11												
12		E(ri)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%					
13		σ_r^2	0,09%	0,09%	0,07%	0,04%	0,18%					
14		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%					
15												
27		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır:										
28		{=MMULT(MINVERSE(C6:G10),I6:I10)/SUM(MMULT(MINVERSE(C6:G10),I6:I10))}										
29			w_{EDVP}									
30		ASUZU	14,81%									
31		BRISA	9,28%									
32		DYOB	16,75%									
33		FROTO	53,61%									
34		MRSHL	5,54%									
35		Toplam	100,00%									
36												
37		Ortalama Getiri, E(r _{EDVP})	0,11% <-- {=MMULT(C12:G12,C30:C34)}									
38		Varyans, σ_{EDVP}^2	0,0002 <-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(C30:C34),C6:G10),C30:C34)}									
39		Standart Sapma, σ_{EDVP}	1,54% <-- =SQRT(E38)									
40												

Görüldüğü gibi, örnek varyans – kovaryans matrisine göre hesaplanan EDVP'nin ortalama getirisi %0,11, standart sapması %1,54 olarak bulunmuştur. EDVP, 1'ler vektörü kullanılarak,

=DÇARP(DİZEY_TERS(C6:G10);EĞER(B47:B51=B47:B51;1;0))/TOPLA(DÇARP(DİZEY_TERS(C6:G10);EĞER(B47:B51=B47:B51;1;0)))

daha bütünleşik biçimde de hesaplanabilir. Hesaplama sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda verilmiştir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		ÖRNEK VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ İLE EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI										
3		(1'ler vektörü ile)										
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi										
5			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL		Bir			
6		ASUZU	0,000860	0,000184	0,000162	0,000091	0,000327		1			
7		BRISA	0,000184	0,000884	0,000279	0,000133	0,000196		1			
8		DYOB	0,000162	0,000279	0,000731	0,000098	0,000239		1			
9		FROTO	0,000091	0,000133	0,000098	0,000359	0,000064		1			
10		MRSHL	0,000327	0,000196	0,000239	0,000064	0,001754		1			
11												
12		E(r)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%					
13		σ_r^2	0,09%	0,09%	0,07%	0,04%	0,18%					
14		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%					
15												
44		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır:										
45		{=MMULT(MINVERSE(C6:G10),IF(B47:B51=B47:B51,1,0))/SUM(MMULT(MINVERSE(C6:G10),IF(B47:B51=B47:B51,1,0)))}										
46			W _{EDVP}									
47		ASUZU	14,81%									
48		BRISA	9,28%									
49		DYOB	16,75%									
50		FROTO	53,61%									
51		MRSHL	5,54%									
52		Toplam	100,00%									
53												
54		Portföy İstatistikleri										
55												
56		Ortalama Getiri, E(r _{EDVP})			0,11%	<-- {=MMULT(C12:G12,C47:C51)}						
57		Varyans, σ_{EDVP}^2			0,0002	<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(C47:C51),C6:G10),C47:C51)}						
58		Standart Sapma, σ_{EDVP}			1,54%	<-- =SQRT(E57)						
59												

Tek endeks modeline göre ise, hesaplanan varyans – kovaryans matrisi üzerinden belirlenen EDVP sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir. Örnek varyans – kovaryans matrisine göre EDVP ile tek endeks modeline göre EDVP karşılaştırıldığında, portföy istatistiklerinde dikkate değer bir değişiklik söz konusu değildir. Ancak, FROTO pay senedi ağırlığının önemli oranda düştüğü görülmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		TEK ENDEKS MODELİ İLE EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI								
3										
4		Örnek Varyans - Kovaryans Matrisi (Tek Endeks Modeli'ne Göre)								
5										
6			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL			
7		ASUZU	0,000860	0,000000	-0,000001	0,000000	0,000000			
8		BRISA	0,000000	0,000884	0,000000	0,000000	0,000000			
9		DYOBY	-0,000001	0,000000	0,000731	0,000000	0,000000			
10		FROTO	0,000000	0,000000	0,000000	0,000359	0,000000			
11		MRSHL	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,001754			
12										
13		E(r _i)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%			
14		σ_r^2	0,09%	0,09%	0,07%	0,04%	0,18%			
15		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%			
16										
17		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır: {=MMULT(MINVERSE(C7:G11),IF(B20:B24=B20:B24,1,0))/SUM(MMULT(MINVERSE(C7:G11),I F(B20:B24=B20:B24,1,0)))}								
18										
19			W _{EDVP}							
20		ASUZU	16,60%							
21		BRISA	16,11%							
22		DYOBY	19,48%							
23		FROTO	39,68%							
24		MRSHL	8,12%							
25		Toplam	100,00%							
26										
27		Portföy İstatistikleri								
28										
29		Ortalama Getiri, E(r _{EDVP})	0,12% <-- {=MMULT(C13:G13,C20:C24)}							
30		Varyans, σ_{EDVP}^2	0,0001 <-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(C20:C24),C7:G11),C20:C24)}							
31		Standart Sapma, σ_{EDVP}	1,19% <-- =SQRT(D30)							
32										

Bir sonraki işlem tablosunda ise, sabit korelasyon yaklaşımına göre hesaplanan varyans – kovaryans matrisi üzerinden ulaşılan EDVP sonuçları verilmiştir. Ortalama korelasyon katsayısı dikkate alındığında portföy istatistikleri, önceki yöntemlere göre önemli farklılık göstermemektedir. Bununla birlikte, yatırımcı korelasyon ile ilgili öznel görüşünü (örneğin, 0,40) modele dâhil ederse, EDVP varyansı 0,0001 puan artmakta ve portföy diğer yöntemlere göre en riskli portföye dönüşmektedir. Ayrıca MRSHL pay senesinde de -%4,91 kısa pozisyon oluşmaktadır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		SABİT KORELASYON MODELİ İLE EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI							
3									
4			Varyans - Kovaryans Matrisi						
5			(Sabit Korelasyon Modeli'ne Göre)						
6			ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRS		
7		ASUZU	0,000860	0,000144	0,000131	0,000092	0,000203		
8		BRISA	0,000144	0,000884	0,000133	0,000093	0,000206		
9		DYOB	0,000131	0,000133	0,000731	0,000085	0,000187		
10		FROTO	0,000092	0,000093	0,000085	0,000359	0,000131		
11		MRS	0,000203	0,000206	0,000187	0,000131	0,001754		
12									
13		E(r_i)	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%		
14		σ_r²	0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018		
15		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%		
16		PORTALAMA	0,1655						
17									
18		En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır: {=MMULT(MINVERSE(C7:G11),IF(B21:B25=B21:B25,1,0))/SUM(MMULT(MINVERSE(C7:G11),IF(B21:B25=B21:B25,1,0)))}							
19									
20			W_{EDVP}						
21		ASUZU	14,62%						
22		BRISA	14,00%						
23		DYOB	18,70%						
24		FROTO	48,97%						
25		MRS	3,71%						
26		Toplam	100,00%						
27									
28		Portföy İstatistikleri							
29									
30		Ortalama Getiri, E(r_{EDVP})	0,12%	<-- {=MMULT(C13:G13,C21:C25)}					
31		Varyans, σ_{EDVP}²	0,0002	<-- {=MMULT(MMULT(TRANSP(C21:C25),C7:G11),C21:C25)}					
32		Standart Sapma, σ_{EDVP}	1,49%	<-- =SQRT(D31)					
33									

$\lambda = 0,40$ daraltıcı faktöre göre oluşturulmuş varyans - kovaryans matrisinden elde edilen EDVP sonuçları ise aşağıda yer almaktadır:

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
6												
7			DARALTILMIŞ (SHRINKAGE) VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ İLE EN									
8			DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY HESAPLAMASI									
9			Daraltıcı Faktör $\lambda = 0,40$									
10												
11			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
12		$E(r_i)$	0,19%	0,18%	0,06%	0,09%	0,16%	<-- =AVERAGE(N13:N260)				
13		σ_r^2	0,0009	0,0009	0,0007	0,0004	0,0018	<-- =VARP(N13:N260)				
14		σ_r	2,93%	2,97%	2,70%	1,89%	4,19%	<-- =STDEVP(N13:N260)				
15												
16		β	0,0703	-0,0427	-0,0450	-0,0266	0,0103	<-- =SLOPE(N13:N260,\$O\$13:\$O\$260)				
17		λ	0,4000	<-- Örnek varyans - kovaryansın ağırlığı								
18												
19			DARALTILMIŞ VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ									
20												
21			Daraltılmış varyans - kovaryans matrisi hesaplamasında									
22			{=S17*MMULT(TRANPOSE(J13:N260-S12:W12),J13:N260-S12:W12)/(249-1)+(1-									
23			S17)*MMULT(TRANPOSE(J13:N260-S12:W12),J13:N260-S12:W12)/(249-									
24			1)*IF(S26:W26=R27:R31,1,0)} dizi işlemi yapılmıştır.									
25												
26			ASUZU	BRISA	DYOBY	FROTO	MRSHL					
27		ASUZU	0,000860	0,000074	0,000065	0,000036	0,000131					
28		BRISA	0,000074	0,000884	0,000112	0,000053	0,000078					
29		DYOBY	0,000065	0,000112	0,000731	0,000039	0,000095					
30		FROTO	0,000036	0,000053	0,000039	0,000359	0,000026					
31		MRSHL	0,000131	0,000078	0,000095	0,000026	0,001754					
32												
33			En düşük varyanslı portföy (EDVP) aşağıdaki işleve göre hesaplanmıştır:									
34			{=MMULT(MINVERSE(S27:W31),IF(S38:S42=S38:S42,1,0))/SUM(MMULT(MINVERSE(S									
35			27:W31),IF(S38:S42=S38:S42,1,0)))}									
36												
37				w_{EDVP}								
38		ASUZU		15,84%								
39		BRISA		13,82%								
40		DYOBY		18,28%								
41		FROTO		45,03%								
42		MRSHL		7,02%								
43		Toplam		100,00%								
44												
45			Portföy İstatistikleri									
46												
47		Ortalama Getiri, $E(r_{EDVP})$					0,12%	<-- {=MMULT(S12:W12,T38:T42)}				
48		Varyans, σ_{EDVP}^2					0,0002	<-- {=MMULT(MMULT(TRANPOSE(T38:T42),S27:W31),T38:T42)}				
49		Standart Sapma, σ_{EDVP}					1,38%	<-- =SQRT(V48)				
50												

Daraltıcı faktör değiştiğinde EDVP sonuçları da değişmektedir. $\lambda = 1$ ise daraltılmış varyans - kovaryans matrisi ile örnek varyans - kovaryans matrisi birbirine eşit çıkar. Aşağıda çeşitli daraltıcı faktörlere hesaplatılmış EDVP sonuçları da verilmiştir:

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
52											
53			λ	$E(r_{EDVP})$	σ_{EDVP}	ASUZU	BRISA	DYOB	FROTO	MRSHL	
54											
55			0	0,1229%	1,1935%	0,1656970	0,1611985	0,1949143	0,3969572	0,0812330	
56			0,1	0,1221%	1,2373%	0,1638395	0,1558685	0,1918364	0,4100574	0,0783982	
57			0,2	0,1213%	1,2787%	0,1620090	0,1502793	0,1887861	0,4233098	0,0756158	
58			0,3	0,1205%	1,3180%	0,1602044	0,1444090	0,1857752	0,4367239	0,0728876	
59			0,4	0,1196%	1,3553%	0,1584241	0,1382328	0,1828181	0,4503098	0,0702153	
60			0,5	0,1187%	1,3907%	0,1566666	0,1317221	0,1799321	0,4640785	0,0676007	
61			0,6	0,1178%	1,4243%	0,1549299	0,1248443	0,1771383	0,4780420	0,0650456	
62			0,7	0,1169%	1,4564%	0,1532117	0,1175611	0,1744626	0,4922133	0,0625513	
63			0,8	0,1159%	1,4868%	0,1515096	0,1098278	0,1719366	0,5066068	0,0601192	
64			0,9	0,1148%	1,5158%	0,1498209	0,1015916	0,1695995	0,5212380	0,0577500	
65			1	0,1137%	1,5433%	0,1481426	0,0927895	0,1675000	0,5361241	0,0554438	
66											

Tüm yöntemler birlikte değerlendirildiğinde, tek endeks modeline göre hesaplanan EDVP'nin görece en yüksek getirili ve en düşük varyanslı portföy olduğu anlaşılmaktadır. EDVP'ler arasında en yüksek varyanslı portföy ise, örnek varyans - kovaryans yöntemine göre hesaplanan EDVP'dir. Karşılaştırmalı özet sonuçlar aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir:

	A	AD	AE	AF	AG	AH	AI
6							
7		VARYANS - KOVARYANS HESAPLAMA YÖNTEMİNE GÖRE					
8		EN DÜŞÜK VARYANSLI PORTFÖY İSTATİSTİKLERİ					
9							
10			$W_{ÖRNEK}$	$W_{TEKENDEKS}$	$W_{SABİT}$	$W_{DARALTILMIŞ}$	
11		ASUZU	14,81%	16,60%	14,62%	15,84%	
12		BRISA	9,28%	16,11%	14,00%	13,82%	
13		DYOB	16,75%	19,48%	18,70%	18,28%	
14		FROTO	53,61%	39,68%	48,97%	45,03%	
15		MRSHL	5,54%	8,12%	3,71%	7,02%	
16		Toplam	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	
17							
18		Portföy İstatistikleri					
19			$W_{ÖRNEK}$	$W_{TEKENDEKS}$	$W_{SABİT}$	W_A	
20		$E(r_{EDVP})$	0,114%	0,123%	0,116%	0,120%	
21		σ_{EDVP}^2	0,024%	0,014%	0,022%	0,018%	
22		σ_{EDVP}	1,543%	1,193%	1,493%	1,355%	
23							
24							

3 CAPM ve MENKUL DEĞER PAZAR DOĞRUSUNUN TESTİ

Sermaye varlıklarını fiyatlandırma modeli, yirminci yüzyılın son yarısında geliştirilmiş en önemli iki finansal yenilikten biridir. Fayda kuramı ile varlık fiyatları davranışının istatistiksel olarak portföy kararlarına uyarlanmasıyla birlikte CAPM, pay senedi fiyatlarının analizinde sıkça kullanılan bir model haline gelmiştir.

CAPM'nin temeli, bireysel yatırımcının, borç alan portföylerle borç veren portföyler arasında bir bileşim yaparak kendi riskini düzenleyebileceğine ve riskli varlıklar arasında optimal bir portföy oluşturabileceğine dayanmaktadır. CAPM'ye göre bu optimal riskli portföyün bileşimi, yatırımcının riskli varlıklarla ilgili beklentisine biçtiği değere bağlı iken, yüklendiği riske bağlı değildir. Bu, risksiz yatırım (örneğin, hazine bonusu) ya da borçlanma faiz oranı ile riskli portföyün bileşiminin seçimi anlamına gelmektedir.

CAPM temelde iki önemli unsura dayanmaktadır: Birincisi; sermaye pazar doğrusu (SPD)'dur. SPD, ortalama getiri ve varyans temeline göre karar veren bir yatırımcının tekil optimal portföyler dizisini göstermektedir. İkincisi ise; menkul değer pazar doğrusu (MPD)'dur. Bir önceki bölümde sözü edilen önermelerden de anlaşıldığı gibi, MPD de özetle pazarla ilgili aynı beklentiye sahip olan tüm yatırımcıların ortalama – varyans temeline göre her bir riskli varlık için aynı risk – getiri tercihinde bulunacağını göstermektedir. CAPM, yatırım yapılacak menkul değer yüklenilen riske karşılık uygun bir getiri sağlayıp sağlayamayacağını test etmekte ve herhangi bir menkul değer getirisinin kestirimine yönelik kuramsal bir çerçeve sunmaktadır (Karan, 2004).

Bu bölümde, öncelikle Excel yardımıyla beş pay senetli örnek bir portföy üzerinden menkul değer doğrusunun nasıl hesaplanacağı ve önceki bölümde incelenen önermelere göre, modelin varsayımlarının geçerli olup olmadığının nasıl test edileceği açıklanmıştır. Daha sonra, günlük verilerden yararlanarak Kocaeli Kent Endeksi'nde yer alan pay senetleri için CAPM test edilmiştir.

3.1 Risksiz Varlık Durumunda CAPM

Burada, riskli varlığın bulunması ya da bulunmaması durumuna göre CAPM'yi ayrı ayrı incelemekte yarar vardır. Herhangi bir varlığın riskli ya da risksiz olması durumu yatırım dönemi ile doğrudan bağlantılıdır. Ancak, bir varlığın kısa dönemde risksiz olması, uzun dönemde de risksiz olacağı anlamına gelmemektedir.

Örneğin, r_f kadar getiriye sahip bir risksiz varlık olsun. Bireysel yatırımcının ortalama - varyans optimizasyonu ile CAPM dengesi arasındaki ilişki aşamalı olarak şu şekilde gösterilebilir (Benninga, 2008):

- *Bireysel optimizasyon:* Yatırımcıların, kendi portföylerini sadece beklenen getiri ve standart sapma temeline göre optimize ettikleri, başka bir ifadeyle "ortalama-varyans" ilişkisine göre optimal portföylerini seçtikleri varsayalım. Bu durumda, CAPM'ye göre, herhangi bir bireysel yatırımcının optimal *a* portföyü, $E(r_p) = r_f + \sigma_{r_p} [E(r_a) - r_f]$ doğrusu üzerinde yer almaktadır. Bu *optimal a* portföyü ise, $\frac{E(r_b) - r_f}{\sigma_b}$ eşitliğini tüm elverişli *b* portföyleri cinsinden maksimize eden portföydür. İkinci bölümde söz edildiği gibi *Önerme 1'e* göre, herhangi bir optimal *a* portföyünün ağırlıkları, *S* pay senedi getirilerinin örnek varyans - kovaryans matrisini, *R* de pay senetlerinin beklenen getiri vektörünü göstermek üzere $w_a = [w_1, w_2, \dots, w_N] = \frac{S^{-1}\{R - r_f\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{R - r_f\}]}$ şeklinde hesaplanmaktadır.
- *Genel Denge:* Aşağıdaki eşitlikten de anlaşıldığı gibi, herhangi bir pay senedi için tüm yatırımcıların aynı varyans - kovaryans matrisi *S* ile aynı beklenen getiri vektörüne (*R*) sahip olduğu varsayımı altında tekil pay senedi getirisi, menkul değer pazar doğrusu (MPD) ile açıklanmaktadır:

$$E(r_i) = r_f + \frac{\text{Cov}_{r_i, r_M}}{\sigma_{r_M}^2} [E(r_M) - r_f]$$

Burada *pazar portföyü* *M*, pazardaki tüm riskli varlıklardan oluşan değer ağırlıklı portföyü göstermektedir. $\frac{\text{Cov}_{r_i, r_M}}{\sigma_{r_M}^2}$ ise, pay senedinin *beta'sı* yani sistematik riskidir.

3.2 Risksiz Varlığın Olmaması Durumunda CAPM

Risksiz varlığın olmadığı durumda *Önerme 3'te* de açıklandığı gibi CAPM, hem bireysel optimizasyon hem de genel denge açısından Black (1972)'in sıfır-beta modeline dönüşmektedir (Benninga, 2008):

- *Bireysel optimizasyon:* Risksiz varlığın olmaması durumunda, optimal portföyler *etkin sınır* üzerinde yer alacaktır. Etkin sınır, rastlantısal olarak seçilmiş c_1 ve c_2 sabitlerine göre $w_a = \frac{S^{-1}\{R - c_1\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{R - c_1\}]}$ ve $w_b = \frac{S^{-1}\{R - c_2\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{R - c_2\}]}$ şeklinde optimize edilen herhangi iki optimal portföyün dışbükey bileşimlerinden oluşan ortalama getiri - standart sapma eşleşmelerini göstermektedir. Grafikselsel olarak etkin sınır, optimal portföyler eğrisinin yukarı doğru dönen kısmıdır.

- *Genel denge:* Eğer risksiz varlık yoksa ve herhangi bir pay senedi için tüm yatırımcılar aynı varyans - kovaryans matrisi S ve beklenen getiri vektörüne (R) sahip ise, bu durumda tekil pay senedi getirilerini tanımlamak için kullanılan MPD;

$$E(r_i) = E(r_z) + \frac{Cov_{r_i, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} [E(r_b) - E(r_z)]$$

şeklinde bulunur. Burada, b portföyü herhangi bir etkin portföyü, z portföyü ise, b portföyü ile kovaryansı sıfır olan portföyü (*sıfır-beta portföy*) temsil etmektedir.

Doğal olarak, risksiz varlığın olmaması, risksiz varlığın olması durumuna göre daha yetersiz kalmaktadır. Riskli varlığın var olması durumunda CAPM, bütün portföylerin tek ve tüm yatırımcılar tarafından kabul edilen bir doğru üzerinde hareket ettiğini söylemektedir. Buna karşılık, bir pazarda risksiz varlık yoksa, tüm optimal portföyler aynı etkin sınır üzerinde yer alır; ancak bu kez de $E(r_i) = E(r_z) + \frac{Cov_{r_i, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} [E(r_b) - E(r_z)]$ koşulunu yerine getiren pek çok b portföyü olacağı için, riskli varlık beta'ları çeşitlilik gösterebilmektedir.

Risksiz varlık olsun ya da olmasın bu koşullar, yatırımcıların varyans - kovaryans matrisi ve beklenen getiriler konusunda aynı görüşe sahip olduklarını varsaymaktadır. Bu bakımdan, bütün getiriler, menkul değer pazar doğrusu üzerinde yer almaktadır. Eğer risksiz varlık söz konusu ise bu doğru, $E(r_i) = r_f + \frac{Cov_{r_i, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} [E(r_b) - r_f]$ biçiminde, değilse $E(r_i) = E(r_z) + \frac{Cov_{r_i, r_b}}{\sigma_{r_b}^2} [E(r_b) - E(r_z)]$ şeklinde olacaktır.

3.3 Pazar Portföyünün Bulunması ve Sermaye Pazar Doğrusu

Pazarda, risksiz varlığın söz konusu olduğu ve beklenen getirisinin r_f kadar olduğu varsayalım. Aşağıda çözümü verilen M de etkin portföy ağırlıklarını gösterebiliriz.

$$E(r) - r_f = Sz$$

$$M_i = \frac{Z_i}{\sum_i Z_i}$$

Risksiz varlığın ağırlığı w ise, M portföyü ile risksiz varlıktan oluşan yeni portföyün beklenen getirisi ile standart sapması aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

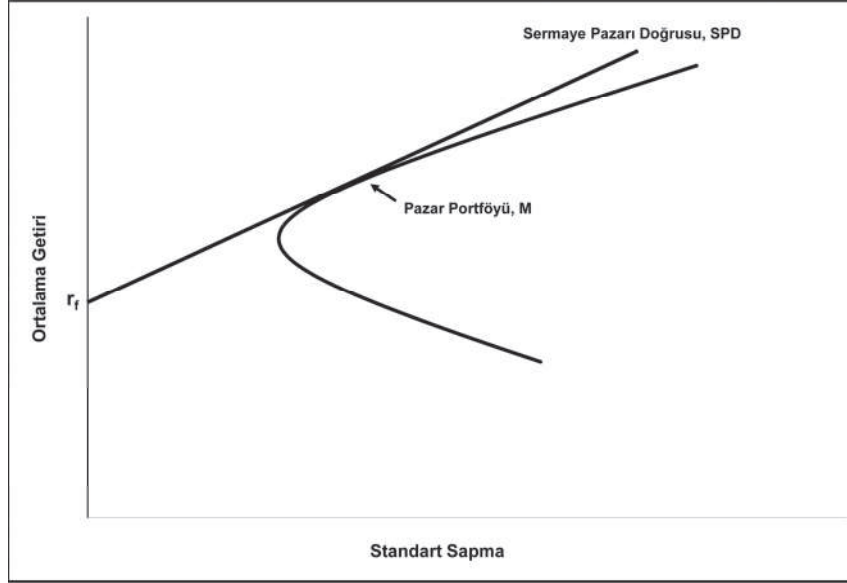
$$E(r_p) = wr_f + (1 - w)E(r_M)$$

$$\sigma_p = \sqrt{w^2 \sigma_{r_f}^2 + (1 - w)^2 \sigma_{r_M}^2 + 2w(1 - w)Cov_{r_f, r_b}} = (1 - w)\sigma_M$$

Grafik 2.5'te görüldüğü gibi, $w \geq 0$ koşuluyla iki varlıktan oluşan bu portföyün tüm beklenen getiri ve standart sapma eşleşmelerinden oluşan doğru *Sermaye Pazar*

Doğrusu (SPD)'dur. Aynı grafikte bu portföyün dışbükey bileşimleri de görülmektedir. Yatırımcının bireysel portföyü, portföy kuramına göre her zaman için etkin portföyler eğrisi üzerinde bulunabilmektedir. Şekilsel olarak düşey eksendeki r_f 'nin etkin eğri üzerindeki bireysel portföylerle birleştirilmesi durumunda her yatırımcının portföy doğrusu ortaya çıkmaktadır (Fettahoğlu, 2003).

Grafik 3.1 Etkin Sınır ve Sermaye Pazar Doğrusu



Grafikteki *M portföyü* pazar portföyünü göstermektedir, çünkü;

- portföyün beklenen getiri vektörü $E(r)$ ile varyans – kovaryans matrisi hakkında tüm yatırımcılar aynı bilgiye sahip olduklarından belirli bir standart sapma σ_{r_p} düzeyinde portföyün beklenen getirisini maksimize eden tüm optimal portföyler SPD üzerinde yer almaktadır.
- Bu bakımdan *M portföyü*, herhangi bir optimal portföydeki riskli varlıkları da kapsamaktadır. Dolayısıyla *M portföyü*, pazardaki tüm riskli varlıkları barındırdığından V_i değerindeki her bir riskli varlık, toplam pazar değerine göre hesaplanan payı oranında yer almaktadır:

$$M = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^N V_i}$$

Eğer r_f biliniyorsa, *M portföyüne* ulaşmak zor değildir. Öncelikle, bunun için belirli bir $c = r_f$ düzeyindeki etkin portföyün bulunması gerekir. r_f değiştiğinde, pazar portföyü de değişmektedir ve bu portföy varsayımsal olarak sabit bir r_f düzeyinde etkindir.

Örneğin, ele alınan örnekte günlük risksiz faiz oranının yaklaşık olarak $r_f = 0,0006$ olduğu varsayılın. $E(r) - r_f = Sz$ dizi sistemi daha önce anlatıldığı şekilde çözüldüğünde aşağıdaki işlem tablosunda görülen sonuçlara ulaşılır:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2			OPTİMAL, ETKİN VE ELVERİŞLİ PAZAR PORTFÖYÜ												
			<i>c sabiti = r_f'ye göre M Portföyü ağırlıkları</i>												
3			Varyans-Kovaryans Matrisi							Standart	Ortalama				
4										Sapma	Getiri				
5										σ_i	$E(r)$	$E(r) - c$			
6			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL								
7			0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322			2,8820%	0,1910%	0,1310%	<=	=K5-\$D\$11	
8			0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173			2,8945%	0,1629%	0,1029%	<=	=K6-\$D\$11	
9			0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081			1,8856%	0,1026%	0,0427%	<=	=K7-\$D\$11	
10			0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166			2,6382%	0,0541%	-0,0058%	<=	=K8-\$D\$11	
11			0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654			4,0666%	0,1139%	0,0539%	<=	=K9-\$D\$11	
12			$c \text{ sabiti} = r_f$												
13			0,0006												
14			Etkin Portföyün Hesaplanması: $c = 0,0006$												
15			Etkin										Etkin		
16			Portföy										Portföy		
17			M										M (Test)		
18			0,6070	<= (MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11)/SUM(MMULT(MINVERSE(D5:H9),K5:K9-D11)))									0,6070	<= C15/SUM(\$C\$15:\$C\$19)	
19			0,4678										0,4678		
20			0,3078										0,3078		
21			0,3769										0,3769		
22			-0,0058										-0,0058		
23										Toplam		1,0000	<= SUM(L15:L19)		
24			Portföy İstatistikleri												
25			M Portföyü												
26			Ortalama Getiri $E(r_m)$	0,2027%	<= (MMULT(TRANSPOSE(L15:L19),K\$5:\$K\$9))										
27			Varyans, σ_m^2	0,0006	<= (MMULT(MMULT(TRANSPOSE(L15:L19),D5:H9),L15:L19))										
28			Standart Sapma, σ_m	0,0246	<= (SQRT(MMULT(MMULT(TRANSPOSE(L15:L19),D5:H9),L15:L19)))										
29				2,46%	<= (SQRT(MMULT(MMULT(TRANSPOSE(C15:C19),D5:H9),C15:C19)))										

3.4 Menkul Değer Pazar Doğrusunun Testi: Önerme 3-5

MPD grafiksel olarak her beta düzeyinde pazarın beklenen getirisini gösteren düz bir doğrudur. MPD'nin eğimi, pazardaki yatırımcıların risk seçimlerini göstermektedir ve zaman içinde değişebilir. Örneğin, risk arttıkça beklenen getiri de artmakta ve beklenen getiride ortaya çıkan değişimler doğrunun da değişmesine yol açmaktadır (Coşkun, 2010). CAPM'nin varsayımlarının geçerli olması durumunda olası tüm portföylerin de içinde olduğu pazardaki bütün menkul değerler, risksiz faiz oranından başlayan bu doğru üzerinde yer almakta ve pazar portföyü olarak kabul edilmektedirler (Sharpe, Gordon, & Bailey, 1995).

Menkul değer pazar doğrusunun testi ile ilgili olarak, pay senetlerinin getirileri üzerinde şu işlemler yapılır:

1. *Pazar portföyünün seçimi:* Burada, *pazar portföyü M* için İMKB 100 endeksi kullanılacaktır. Bu, önemli bir adımdır. Çünkü kuramsal olarak gerçek pazar portföyü, pay senetleri yanında pazardaki tüm riskli varlıkların kendi değerleri oranında yer aldığı bir değer ağırlıklı portföydür. Pratikte bu portföyün hesaplanması olanaksızdır. Dolayısıyla burada temsili bir portföyün alınması gerekmektedir. Anlaşılacağı gibi, ikinci bölümde sözü edilen önermeler, seçilen

pazar portföyünün CAPM'in testinde kullanılan R^2 regresyon değerini nasıl etkilediğine ilişkin önemli göstergelerdir.

- Her bir riskli varlık için beta katsayısı $\beta_i = \frac{Cov_{r_i, r_M}}{\sigma_{r_M}^2}$ 'nin hesaplanması: Bu süreç, ilk aşama regresyon (*first-pass regression*) olarak adlandırılmaktadır.
- Varlık getirileri ile beta katsayıları arasındaki ilişkinin saptanması (R^2): Bu aşama da ikinci aşama regresyon (*second-pass regression*) olarak adlandırılmaktadır. Eğer CAPM, kendi değerleri içinde hareket ederse, $\bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{r_i}$ ikinci aşama regresyon denkleminin menkul değer pazar doğrusunu vermesi gerekir.

Örneğin, beş adet pay senedinin 257 günlük getirileri ile bu getirilere ilişkin temel istatistiklerin aşağıdaki gibi olduğu varsayalım.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														
36														
37														
38														
39														
40														
41														
42														
43														
44														
45														
46														
47														
48														
49														
50														
51														
52														
53														
54														
55														
56														
57														
58														
59														
60														
61														
62														
63														
64														
65														
66														
67														
68														
69														
70														
71														
72														
73														
74														
75														
76														
77														
78														
79														
80														
81														
82														
83														
84														
85														
86														
87														
88														
89														
90														
91														
92														
93														
94														
95														
96														
97														
98														
99														
100														

	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AB	AC
5	Günlük			ASUZU	BRISA	FROTO	DYOB	MRSHL		
6	Ortalama Getiri			0,19%	0,16%	0,10%	0,05%	0,11%	<--	=AVERAGE(M7:M263)
7	Getirilerin Varyansı			0,0008	0,0008	0,0004	0,0007	0,0017	<--	=VARP(M7:M263)
8	Getirilerin Standart Sapması			2,88%	2,89%	1,89%	2,64%	4,07%	<--	=STDEVP(M7:M263)

Yukarıdaki veriler kullanılarak yapılan [=DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(I7:M263-V6:Z6);I7:M263-V6:Z6)/257] işlem sonucu varyans – kovaryans matrisini vermek üzere beş pay senedine ilişkin etkin portföy sonuçları şöyledir:

	A	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	ÖNERME 3, 4 ve 5 İÇİN ÖRNEK UYGULAMA $c \approx 0,0006$												
2													
15													
16													
17													
18		ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL							
19		0,000831	0,000174	0,000085	0,000140	0,000322							
20		0,000174	0,000838	0,000128	0,000261	0,000173							
21		0,000085	0,000128	0,000356	0,000103	0,000081							
22		0,000140	0,000261	0,000103	0,000696	0,000166							
23		0,000322	0,000173	0,000081	0,000166	0,001654							
24													
25		Etkin A Portföy Ağırlıklarının Bulunması											
26													
27		$c \text{ sabiti} = r_f$	0,00060										
28													
29		ASUZU	0,60703										
30		BRISA	0,467815										
31		FROTO	0,307842										
32		DYOBY	-0,37693										
33		MRSHL	-0,00576										
34													

Belirli bir $c = r_f = 0,0006$ düzeyinde, Önerme 1'e göre hesaplanmış etkin portföy ağırlıkları w_a ; [V29:V33] hücre aralığında görülmektedir. Hücre içeriği aşağıdaki gibidir:

=DÇARP(DİZEY_TERS(V19:Z23);DEVRIK_DÖNÜŞÜM(V6:Z6)-V27)/TOPLA(DÇARP(DİZEY_TERS(V19:Z23);DEVRIK_DÖNÜŞÜM(V6:Z6)-V27))

Bulunan portföy ağırlıklarına göre, "DÇARP(I7:M263;V29:V33)" işlevi kullanılarak hesaplanmış etkin *a portföyünün* dönemsel getirileri ile ortalama getirisi ise şöyledir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	SEÇİLMİŞ BEŞ ADET PAY SENEDİNİN FİYAT VE GETİRİ VERİLERİ Fiyatlar kâr paylarına göre düzeltilmiştir.																
2																	
3																	
4																	
5		Tarih	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL	ASUZU	BRISA	FROTO	DYOBY	MRSHL				Etkin A Portföyü	
6		03.08.2010	6,55	97,05	10,14	1,34	35,00	0,0000	-0,0253	0,0088	0,0148	0,0142	<--	=LN(G7/G6)		-0,0148	<--
7		04.08.2010	6,55	94,63	10,23	1,36	35,50	0,0076	0,0400	-0,0088	-0,0074	0,0746	<--	=LN(G8/G7)		0,0230	
8		05.08.2010	6,60	98,49	10,14	1,35	38,25	-0,0153	-0,0298	-0,0089	-0,0149	-0,0468	<--	=LN(G9/G8)		-0,0200	
9		06.08.2010	6,50	95,00	10,05	1,33	36,50	0,0000	-0,0051	0,0000	0,0000	0,0403				-0,0026	
10		09.08.2010	6,50	95,11	10,05	1,33	38,00	-0,0155	0,0051	-0,0181	-0,0152	-0,0334				-0,0067	
11		10.08.2010	6,40	95,80	9,87	1,31	36,75	-0,0237	-0,0153	0,0270	0,0226	0,0594				-0,0221	
12		11.08.2010	6,25	94,15	10,14	1,34	39,00	0,0159	0,0000	0,0272	0,0000	-0,1011				0,0186	
13		12.08.2010	6,35	94,15	10,42	1,34	35,25	0,0078	-0,0104	-0,0087	-0,0075	-0,0288				0,0002	
14		13.08.2010	6,40	93,18	10,33	1,33	34,25	-0,0078	0,0104	-0,0186	0,0000	-0,0073				-0,0056	
15		16.08.2010	6,35	94,15	10,14	1,33	34,00	0,0000	-0,0051	0,0000	-0,0228	-0,0074				0,0063	
16		17.08.2010	6,35	93,67	10,14	1,30	33,75	-0,0079	0,0000	0,0186	-0,0155	-0,0225				0,0069	
17		18.08.2010	6,30	93,67	10,33	1,28	33,00	0,0079	0,0051	0,0173	-0,0157	-0,0153				0,0185	
18		19.08.2010	6,35	94,15	10,51	1,26	32,50	-0,0045	-0,0033	-0,0038	-0,0126	-0,0164				-0,0006	
254		15.07.2011	11,05	150,50	13,20	1,58	48,40	0,0000	0,0033	-0,0038	0,0126	-0,0062				-0,0043	
255		18.07.2011	11,05	151,00	13,15	1,60	48,10	0,0224	-0,0066	-0,0038	-0,0063	0,0000				0,0117	
256		19.07.2011	11,30	150,00	13,10	1,59	48,10	0,0306	-0,0339	-0,0077	0,0125	0,0041				-0,0044	
257		20.07.2011	11,65	145,00	13,00	1,61	48,30	-0,0665	-0,0280	0,0038	-0,0575	-0,0597				-0,0303	
258		21.07.2011	10,90	141,00	13,05	1,52	45,50	-0,0326	-0,0324	-0,0233	-0,0199	-0,0177				-0,0345	
259		22.07.2011	10,55	136,50	12,75	1,49	44,70	0,0000	0,0037	-0,0158	0,0067	-0,0090				-0,0056	
260		25.07.2011	10,55	137,00	12,55	1,50	44,30	0,0094	0,0840	-0,0080	-0,0067	0,0377				0,0448	
261		26.07.2011	10,65	149,00	12,45	1,49	46,00	0,0000	-0,0135	0,0394	0,0067	0,0022				0,0033	
262		27.07.2011	10,65	147,00	12,95	1,50	46,10	0,0047	0,0034	0,0191	0,0263	0,0172				0,0003	
263		28.07.2011	10,70	147,50	13,20	1,54	46,90										

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
1													
2					ÖNERME 3, 4 ve 5 İÇİN ÖRNEK UYGULAMA								
3					c ≈ 0,0006								
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													

Daha sonra, *Önerme 3, 4 ve 5*'teki hesaplamalar için sırasıyla şu işlemler yapılmalıdır:

1. İlk olarak, her bir varlığın getirisi ile etkin portföyün getirileri arasındaki ilişkiye bakılır (ilk aşama regresyon). Bu süreçte ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir:

$$[r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{r_i} r_{a,t} + \varepsilon_{i,t} \leftarrow i = 1, \dots, 5]$$

	A	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
34										
35										
36										
37										
38										
39										
40										
41										
42										
43										

2. İkinci aşama regresyonda ise, pay senetlerinin beta'ları ile ortalama getirileri arasındaki regresyona bakılır: $[\bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{r_i} + \varepsilon_i \leftarrow i = 1, \dots, 5]$

	A	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
43									
44									
45									
46									
47									
48									

INTERCEPT {=KESMENOKTASI(V6:Z6;V41:Z41)} ve SLOPE {=EĞİM(V6:Z6;V41:Z41)} işlevleri, grafiksel olarak regresyon doğrusunun beklenen getiri eksenini kestiği nokta ile eğimini göstermektedir.

3. Son olarak, aşağıda belirtilmiş olan koşullara göre *Önerme 3* ve *Önerme 4* test edilmiştir:

	A	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
48										
49		Önerme 3 ve 4'ün Testi								
50		2. Adımdaki katsayılar c sabitine eşit olmalıdır: Intercept = c, Slope = $E(r_a) - c$								
51		Intercept = c ?		yes	<-- =IF(V45=V27,"yes","no")					
52		Slope = $E(r_a) - c$?		yes	<-- =IF(V46=AA6-V27,"yes","no")					
53										

[V47] hücrelerinden de anlaşıldığı gibi pay senedi getirileri ile beta değerleri arasında “mükemmel regresyon” vardır. Bu bağlamda;

- İkinci aşama regresyon sonucu c sabitine; eğim ölçüsü de $E(r_a) - c$ 'ye eşittir.
- $c = r_f$ getirili bir risksiz varlık söz konusu ise, *Önerme 5*'e göre ikinci aşama regresyonda $[\bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{r_i} + \varepsilon_i \rightarrow \gamma_0 = r_f \text{ ve } \gamma_1 = E(r_a) - r_f]$ ilişkisinin geçerli olması gerekir. Yukarıdaki işlem tablosunda yer alan [W51] ve [W52] hücrelerine görüldüğü gibi, ele alınan örnek olay için bu önerme geçerli sonuç vermiştir.
- Risksiz varlığın olmadığı durumda ise, *Önerme 3*'e uygun olarak, ikinci aşama regresyon sonucuna göre, etkin a portföyü getirileri ile arasındaki kovaryansı sıfır olan z portföyü ile $\gamma_0 = E(r_z)$ ve $\gamma_1 = E(r_a) - E(r_z)$ ilişkisi geçerlidir.
- Sonuç olarak, eğer herhangi bir a portföyü için iki basamaklı regresyon (*two-stage regression*) uygulandığında “mükemmel regresyon” sonucuna ulaşırsa a portföyü, *Önerme 4*'e uygun olarak etkin bir portföydür.

Hesaplamalardan emin olmak için yukarıdaki örnek, farklı bir c sabiti [V27] için yeniden çözülmüştür. Aşağıdaki işlem tablosundan da anlaşıldığı gibi, *Önerme 3*, *4* ve *5*'e uygun olarak pay senetlerinin ortalama getirileri ile beta'ları arasındaki “mükemmel regresyon” değişmemektedir.

	A	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1																
2																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																
23																
24																
25																
26																
27																
28																
29																
30																
31																
32																
33																
34																
35																
36																
37																
38																
39																
40																
41																
42																
43																
44																
45																
46																
47																
48																
49																
50																
51																
52																
53																

3.5 Kocaeli Kent Endeksi ile CAPM'nin Testi

Çalışmanın bu bölümünde CAPM, Kocaeli Kent Endeksi'nde yer alan pay senetleri üzerinden test edilmektedir. Testte 249 günlük getiri verisi kullanılmıştır (Bkz: EKLER). Yukarıdaki örnekte açıklandığı gibi, test iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada pazar portföyü ile söz konusu endeks içindeki pay senedi getirileri arasındaki ilişki incelenmiştir. İkinci aşamada da pay senedi getirileri ile beta katsayıları arasındaki ilişki test edilmiştir.

3.5.1 İlk Aşama Regresyon

Aşağıdaki işlem tablosunda getiriler yanında, pazar portföyü ile Kocaeli Kent Endeksi'nde yer alan pay senetlerinin tanımlayıcı istatistikleri ile birinci aşama regresyon verileri ([B13:V15] hücre aralığı) yer almaktadır. Bu örnekte, herhangi bir i varlığının regresyon doğrusu $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{r_i} r_{IMKB,t}$ şeklinde hesaplanacaktır. Burada, menkul değer pazar doğrusunun eğimini gösteren β için EĞİM, α ve R^2 değerlerini hesaplatmak için KESMENOKTASI ve RKARE işlevlerinin kullanıldığını hatırlatmakta

yarar vardır. Kontrol amaçlı olarak pazar portföyü İMKB100 endeksi için de regresyon

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1																											
2																											
3																											
4																											
5																											
6																											
7																											
8																											
9																											
10																											
11																											
12																											
13																											
14																											
15																											
16																											
17																											
18																											
19																											
20																											
21																											
22																											
23																											
24																											
25																											

katsayıları hesaplatılmıştır.

3.5.2 İkinci Aşama Regresyon

MPD, her pay senedinin ortalama getirisinin kendi beta'sı ile bağlantılı olduğu kabulüne dayanmaktadır. Geçmiş verinin gelecekteki getiri $E(r_{i,t}) = \alpha_i + \beta_i \Pi + \varepsilon_i$ dağılımını temsil ettiği varsayımı altında, CAPM testinin ikinci adımı, pay senetlerinin ortalama getirilerini kendi beta'ları ile regresyon testine sokulmasıdır. Aşağıdaki işlem tablosunda bu adıma ilişkin hesaplamalar yer almaktadır:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

[G5:H10] hücre aralığında yer alan sonuçlara göre MPD denklemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$E(r_{i,t}) = \bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{r_i} = -0,0005 + 0,0022 \beta_{r_i} \leftarrow R^2 = 0,1256$$

MPD denkleminin geçerliliğinden emin olmak için γ_0 ve γ_1 katsayılarına bakmak gerekir. Buna göre;

- γ_0 değeri, elde tutma dönemindeki risksiz faiz oranına eşit olmalıdır. Bu örnekte ortalama günlük risksiz faiz oranı yaklaşık %0,028 düzeyindedir. Bu rakam, neredeyse γ_0 değerinin iki buçuk katından fazladır.
- γ_1 değeri ise, pazarın beklenen getirisi ile risksiz faiz oranı arasındaki farka $[E(r_M) - r_f]$ denk gelmelidir. Hesaplama dönemi içinde, İMKB100 pazar endeksinin ortalama getirisi yaklaşık %0,018'dir. Bu durumda γ_1 , yaklaşık olarak %0,010 olmalıdır.

$$\gamma_1 = E(r_M) - r_f = 0,00018 - 0,00028 = -0,00010$$

- [H9] ve [H10] hücrelerinde görülen t-testi sonuçlarına göre, hem kesişim hem de eğim katsayıları istatistiksel olarak anlamlı kabul edilebilir.

Görüldüğü gibi, t-testi sonuçları anlamlı olsa da γ_0 ve γ_1 katsayıları koşulları sağlamadığından MPD testinin başarılı olduğunu söylemek mümkün değildir. Bu bakımdan, CAPM kuramsal olarak geçerli olsa bile kullanılan veri setini tanımlamaktan uzaktır. Bunun anlamı, MPD ile etkin sınır grafiğinin testte hesaplanan kesim noktasında teğet gelmeyeceğidir. Yani ne R^2 ne de t-test istatistiği beklenen getiri ile portföy beta'sı arasında bağlantı olduğunu kanıtlayamamıştır. Pazarda açığa satış kısıtlamasının olması, veri setinin yeterli olmaması, pazar portföyünün etkin olmaması gibi testin geçersiz olmasının pek çok nedeni bulunabilir.

İMKB100 ile tekil pay senedi getirileri arasındaki ilişkinin tanımlanmasında regresyon modeli oldukça önemli bir işlev görmektedir. Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan sonuçlara göre, İMKB100 pazar endeksi, beta ortalaması 0,51 olan Kocaeli Kent Endeksi'ndeki tekil pay senedi getirilerinin değişkenliğinin ancak %8,35'ini açıklayabilmektedir. Eğer, en düşük beş pay senedi kapsam dışı bırakılırsa, İMKB100'ün pay senedi getirilerindeki değişkenliği açıklama gücü %20'den fazla artarak yaklaşık %10,69'a yükselmektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2				ÖRNEĞİN ÇIKARIMI						
3		Ortalama alfa	0,05%	<-- =AVERAGE('Page 321_2'!E14:V14)						
4		Ortalama beta	0,51	<-- =AVERAGE('Page 321_2'!E13:V13)						
5		Ortalama R^2	0,0835	<-- =AVERAGE('Page 321_2'!E15:V15)						
6										
7		En yüksek regresyonlar için ortalama R^2 hesaplaması								
8		R^2 sınırı	0,05							
9		$R^2 > R^2$ Sınırı ise toplam R^2	1,3892	<-- =SUMIF('Page 321_2'!E15:V15,">"&TEXT(C8,"0,00"))						
10		R^2 sınırının üstündeki pay sayısı	13	<-- =COUNTIF('Page 321_2'!E15:V15,">"&TEXT(C8,"0,00"))						
11		Ortalama R^2	0,1069	<-- =C9/C10						
12										
13			Kesme Noktası ve Eğim Değerlerinin t-test İstatistikleri							
14					Kesme noktası t-testi	Eğim t-testi				
15				ASUZU	-0,0055	3,3957				
16				BRISA	-0,1096	5,4191				
17				CELHA	0,0902	2,4317				
18				DYOB	0,0713	6,0290				
19				EMNIS	0,3446	4,0359				
20				FENIS	0,6764	5,2548				
21				FMIZP	-0,0383	5,1341				
22				FROTO	0,0820	2,6079				
23				HEKTS	0,0035	4,5415				
24				KARTN	-0,0862	6,4412				
25				KORDS	-0,2322	4,8614				
26				LOGO	0,2196	4,3313				
27				MAKTK	0,2335	0,3611				
28				MRSHL	0,1290	2,1605				
29				NUHCM	0,1957	2,1605				
30				PIMAS	0,2980	6,6265				
31				SARKY	-0,0588	5,9029				
32				TUPRS	-0,0347	5,8610				
33										
34		Kesme Noktası t-test değerlerinin mutlak ortalaması				0,1616	<-- {=AVERAGE(ABS(E15:E32))}			
35		Eğim t-testi değerlerinin ortalaması				4,3087	<-- =AVERAGE(F15:F32)			
36										

[C11] hücresi, $R^2 > 0,05$ koşulunu sağlayan pay senetlerinin R^2 ortalamasını vermektedir. Kocaeli Kent Endeksi'nde yer alan 18 adet pay senedinin 13 tanesi bu koşulu sağlamaktadır. Finansal pazarlarda, değişkenler arasında yüksek R^2 değerleri pek sık karşılaşılan bir durum değildir. Bu örnekte de benzer bir durum söz konusudur. [C5] hücresinde de görüldüğü gibi ortalama R^2 değeri oldukça düşüktür. Eğer, pazarda %80'den daha yüksek bir R^2 değeri söz konusu ise, büyük olasılıkla sonuçlar yanıltıcı olacaktır ve bu, modelin yanlış kurgulandığı anlamına gelmektedir. Bununla birlikte, sonuçların anlamlı olup olmadığını anlamak için ilk aşama regresyondaki kesme noktası (kesişim) ve eğim değerlerine t-test istatistiği de uygulanabilir.

3.6 Pazar Portföyünün Etkin Olmaması

Hatırlanırsa, MPD denklemi oluşturulurken, her bir pay senedinin ortalama getirisi ile

pazar portföyü getirileri arasındaki regresyona bakılmıştı. Etkin portföy ile ilgili ikinci bölümde konu edilen önermeler açısından bakıldığında, incelenen örnekte istenilen sonuçlara ulaşılamamasının nedenlerinden biri de İMKB100 endeksinin etkin olmadığı gerçeğidir. *Önerme 3'e* göre, etkin bir portföyün getirileri ile bu portföy içindeki pay senetlerinin getirileri arasındaki R^2 değerinin %100 olması gerekirdi. Bu bağlamda eğer R^2 %100 ise *Önerme 4*, pay senedi getirileri ile regresyona sokulan portföyün etkin olması gerektiğini söylemektedir. Aşağıdaki işlem tablosunda bu önermeler ilişkin sayısal bir örnek verilmiştir³.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1																									
2																									
3																									
4																									
5																									
6																									
7																									
8																									
9																									
10																									
11																									
12																									
13																									
14																									
15																									
16																									
17																									
18																									
19																									
20																									
21																									
22																									
23																									
24																									
25																									
26																									
27																									

D sütununda Kocaeli Kent Endeksi üzerinden oluşturulmuş “Hayali” bir portföyün verileri yer almaktadır. Bu portföy, etkin bir portföydür. [G18:H20] hücre aralığından da anlaşıldığı gibi, tekil pay senedi getirilerinin *hayali portföye* göre hesaplanan kendi beta’ları arasındaki ikinci aşama regresyon sonuçları “mükemmel”dir. Bu sonuçlara göre, MPD’nin testine ilişkin olarak daha önce bahsedilen tüm koşulların gerçekleştiği hatta en önemlisi R^2 değerinin %100 olduğu gözden kaçmalıdır.

Ulaşılan sonuçlar, Kocaeli Kent Endeksi içinden seçilen herhangi bir portföyün etkin olabileceğini göstermektedir. Aşağıdaki işlem tablosunda, ikinci bölümdeki önermelere uygun olarak İMKB100 pazar portföyüne göre Kocaeli Kent Endeksi içinden seçilmiş etkin bir portföyün verileri yer almaktadır. Burada önce;

- endekste yer alan pay senedi getirilerinin varyans – kovaryans matrisi S oluşturulmuş;
- daha sonra, $\frac{S^{-1}\{R-c_1\}}{\text{Toplam}[S^{-1}\{R-c_1\}]}$ eşitliği Excel’in dizi işlevleri kullanılarak etkin portföy ağırlıkları hesaplanmıştır. Hesaplamalarda c sabiti 0,00027 olarak alınmıştır. Daha sonra görüleceği gibi, bu değer ikinci aşama regresyondaki kesişim (kesme noktası) değerine denk düşmesi gerekmektedir.

³ Bazı sütunlar gizlenmiştir.

A	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT
1																				
2	Kocaeli Kent Erişilebilirlik matrisinin hesaplanmasında şu eşitlik kullanılmıştır: (e=MMULT (TRANSPOSE(E1:V279:E11;V11:E11;V279:E11;V11;V249))																			
3																				
4	ASUZU	BRISA	CELHA	DYOB	EWIS	FENS	FINZP	FROTO	HEKTS	KARTN	KORDS	LOGO	MAKTK	MFSHL	MUHCM	PIMAS	SARKY	TUPRS		
5	ASUZU	0.0005524	0.0001826	0.0001360	0.0001612	0.0005338	0.0001762	0.0001814	0.0001940	0.0001478	0.0001675	0.0001666	0.0001674	0.0001347	0.0002281	0.0001229	0.0001730	0.0002923	0.0004193	
6	BRISA	0.0001326	0.0008912	0.0007330	0.0002786	0.0001203	0.0001687	0.0002139	0.0001265	0.0001920	0.0002491	0.0000915	0.0001979	0.0004417	0.0001836	0.0001731	0.0002632	0.0001106	0.0001653	
7	CELHA	0.0001360	0.0007330	0.0005765	0.0001530	0.0005597	0.0001437	0.0006100	0.0003959	0.0001853	0.0001184	0.0001462	0.0001554	0.0001587	0.0001009	0.0009511	0.0006732	0.0001792	0.0004500	
8	DYOB	0.0001612	0.0002786	0.0001530	0.0007335	0.0008602	0.0002485	0.0003108	0.0003680	0.0001806	0.0001693	0.0001164	0.0001822	0.0001249	0.0002368	0.0001979	0.0002539	0.0002183	0.0001737	
9	EWIS	0.0005338	0.0001203	0.0005597	0.0008602	0.0004193	0.0002742	0.0001192	0.0002069	0.0003146	0.0001634	0.0001407	0.0002785	-0.0000606	0.0001617	0.0002734	0.0000694	0.0004434	0.0001773	
10	FENS	0.0001762	0.0001814	0.0001360	0.0002485	0.0007422	0.0005204	0.0001948	0.0001894	0.0001949	0.0001237	0.0001202	0.0002370	0.0000834	0.0001487	0.0001168	0.0001635	0.0001415	0.0001840	
11	FINZP	0.0001940	0.0001326	0.0007330	0.0002786	0.0001203	0.0001687	0.0007971	0.0003190	0.0001528	0.0002395	0.0001170	0.0001263	0.0000370	0.0001273	0.0001801	0.0001582	0.0001337	0.0000803	
12	FROTO	0.0001940	0.0001326	0.0007330	0.0002786	0.0001203	0.0001687	0.0007971	0.0003190	0.0001528	0.0002395	0.0001170	0.0001263	0.0000370	0.0001273	0.0001801	0.0001582	0.0001337	0.0000803	
13	HEKTS	0.0001478	0.0001326	0.0002786	0.0001530	0.0005597	0.0001437	0.0006100	0.0003959	0.0001853	0.0001184	0.0001462	0.0001554	0.0001587	0.0001009	0.0009511	0.0006732	0.0001792	0.0004500	
14	KARTN	0.0001675	0.0002491	0.0001836	0.0002786	0.0001203	0.0001687	0.0007971	0.0003190	0.0001528	0.0002395	0.0001170	0.0001263	0.0000370	0.0001273	0.0001801	0.0001582	0.0001337	0.0000803	
15	KORDS	0.0001675	0.0002491	0.0001836	0.0002786	0.0001203	0.0001687	0.0007971	0.0003190	0.0001528	0.0002395	0.0001170	0.0001263	0.0000370	0.0001273	0.0001801	0.0001582	0.0001337	0.0000803	
16	LOGO	0.0002187	0.0001938	0.0001666	0.0001832	0.0007422	0.0005204	0.0001948	0.0001894	0.0001949	0.0001237	0.0001202	0.0002370	0.0000834	0.0001487	0.0001168	0.0001635	0.0001415	0.0001840	
17	MAKTK	0.0001315	0.000442	0.0001699	0.0001241	-0.000061	0.0001093	0.000372	-0.000437	0.000231	0.000222	0.000333	-0.000781	0.0002570	-0.000173	0.000253	0.0001103	0.0002281	0.0000779	
18	MFSHL	0.0003258	0.0001954	0.0001009	0.0002394	0.0000617	0.0001467	0.0001217	0.0003649	0.0002378	0.0001422	0.0001607	0.0000794	-0.0000173	0.0001475	0.0002167	0.0001796	0.0001550	0.0001437	
19	MUHCM	0.0001221	0.0001782	0.0003801	0.0001972	0.0000703	0.0001917	0.0001983	0.0001296	0.0001404	0.0002222	0.0001034	0.0001263	0.0000293	0.0002167	0.0005104	0.0001858	0.0001219	0.0001180	
20	PIMAS	0.0001753	0.0002293	0.0003978	0.0002251	0.0000890	0.0002164	0.0001390	0.0001257	0.0001186	0.0002154	0.0001140	0.0002128	0.0001103	0.0001796	0.0001958	0.0004512	0.0001234	0.0000914	
21	SARKY	0.0003528	0.0001171	0.0003792	0.0002105	0.0000443	0.0001415	0.0001395	0.0003385	0.0002631	0.0000391	0.0000665	0.0001168	0.0000291	0.0001590	0.0001219	0.0001234	0.0002273	0.0000876	
22	TUPRS	0.0000419	0.0000765	0.0003645	0.0001738	0.000177	0.0001864	0.0000304	0.0000864	0.0003623	0.0000946	0.0000668	0.0001418	0.0000079	0.0001437	0.0001160	0.0000674	0.0000976	0.0000876	
23																				
24																				
30	Etkin portföyün hesaplanması										c sabitli = 1									
31	ASUZU	22.32%	<=	FMULT (MINVERSE (AB;AS2); TRANSPOSE (E11;V11;AF30;SUM (MMULT (MINVERSE (AB;AS2); TRANSPOSE (E11;V11;AF30)))																
32	BRISA	26.38%																		
33	CELHA	35.78%																		
34	DYOB	-6.65%																		
35	EWIS	-58.43%																		
36	FENS	-143.07%																		
37	FINZP	24.55%																		
38	FROTO	66.38%																		
39	HEKTS	39.33%																		
40	KARTN	17.11%																		
41	KORDS	64.95%																		
42	LOGO	-30.16%																		
43	MAKTK	-23.20%																		
44	MFSHL	-0.82%																		
45	MUHCM	-25.94%																		
46	PIMAS	-18.35%																		
47	SARKY	55.94%																		
48	TUPRS	51.23%																		
49																				
50	En yüksek kısa pozisyon										-143.0% <= -MIN (A301 :A348)									
51	En yüksek uzun pozisyon										89.4% <= -MAX (A31 :A348)									
52																				

Bu “*hayali portföy*”ün etkin olması, başka bir etkin portföyün olmadığı anlamına gelmemektedir. Aşağıdaki işlem tablosunda da görüleceği gibi, *c sabiti* değiştiğinde MPD de değişmektedir⁴. Ancak burada, ikinci aşama regresyonda R^2 değeri %100 olmasına rağmen, birinci aşama regresyonda tekil pay senetlerinin R^2 değerleri ortalamasının dikkate değer olmaktan çok uzak olduğu gözden kaçmamalıdır (Ortalama $R^2 \approx 0,03$).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1																										
2																										
3																										
4																										
5																										
6																										
7																										
8																										
9																										
10																										
11																										
12																										
13																										
14																										
15																										
16																										
17																										
18																										
19																										
20																										
21																										
22																										
23																										
24																										
25																										

3.7 Gerçek Pazar Portföyü ve CAPM’nin Testi

Kocaeli Kent Endeksi’nin yatırım uzayındaki tüm riskli varlıkları temsil ettiği varsayılrsa bile, kendi içinden seçilmiş *hayali portföy*ün etkin olması, *gerçek pazar portföyü* olacağı anlamı taşımamaktadır; çünkü bu *hayali portföy* içinde negatif ağırlıklı birçok pay senedi bulunmaktadır. Gerçek pazar portföyünün en önemli özelliği, içindeki tüm varlıkların pozitif oranlı olmasıdır.

CAPM ile ilgili sorulan sorulardan biri de gerçek pazar portföyünün *ortalama – varyans etkin* olup olmayacağıdır. Önerme 3, her bir portföyün ortalama getirisi ile kendi beta’sı arasındaki ilişkinin doğrusal olabileceğini göstermiştir. Dolayısıyla; gerçek pazar portföyü ortalama – varyans etkin olabilir. Aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi, incelenen örnekte, çeşitli *c sabiti* değerlerine göre etkin portföy oranlarına ilişkin bir tablo oluşturularak bu soruya yanıt aranabilir.

Anlaşıldığı gibi, Kocaeli Kent Endeksi’nden seçilen portföyler dikkate değer ölçüde kısa pozisyonlar içermektedir. Her biri kendi *c sabiti* ile belirlenmiş bir dizi etkin portföye ilişkin en yüksek kısa ve uzun pozisyonlar da bu tabloda verilmiştir. Görüldüğü gibi, ister kısa ister uzun olsun tüm portföylerdeki pozisyon oranları oldukça yüksektir.

⁴ Bazı sütunlar gizlenmiştir.

	A	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT
27																					
28																					
29																					
30																					
31																					
32																					
33																					
34																					
35																					
36																					
37																					
38																					
39																					
40																					
41																					
42																					
43																					
44																					
45																					
46																					
47																					
48																					
49																					
50																					
51																					
52																					
53																					

Bununla birlikte, CAPM'nin günlük risksiz faiz oranına göre işletilmesi daha doğru bir yaklaşımdır. Bu aşamada, yukarıdaki örnek, 6 aylık hazine bonosu günlük getirileri üzerinden yeniden kurgulanmıştır. Aşağıdaki işlem tablosundan da anlaşılacağı gibi, ikinci aşama regresyon sonuçları, daha önceki sonuçlardan çok küçük farklılıklar göstermektedir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3			Ortalama							
4		ASUZU	0,19%	0,48	0,0019					
5		BRISA	0,18%	0,76	0,0017					
6		CELHA	0,12%	0,27	0,0012					
7		DYOB	0,07%	0,76	0,0006					
8		EMNIS	-0,06%	0,36	-0,0006					
9		FENIS	-0,20%	0,57	-0,0021					
10		FMZP	0,14%	0,68	0,0013					
11		FROTO	0,10%	0,24	0,0009					
12		HEKTS	0,09%	0,40	0,0008					
13		KARTN	0,16%	0,95	0,0014					
14		KORDS	0,17%	0,41	0,0016					
15		LOGO	0,00%	0,55	-0,0001					
16		MAKTK	-0,26%	0,09	-0,0026					
17		MRSHL	0,17%	0,44	0,0016					
18		NUHCM	0,01%	0,61	0,0000					
19		PIMAS	-0,02%	0,64	-0,0003					
20		SARKY	0,07%	0,41	0,0007					
21		TUPRS	0,09%	0,54	0,0008					
22										
23		Ortalama	0,06%	0,51	0,05%					
24										

3.8 CAPM'nin Eleştirisi

CAPM, hem Markowitz (1952, 1959) hem de Tobin (1958)'in önermelerini bir araya getiren ortaklaşa bir yaklaşım sunmaktadır. Bu bağlamda Sharpe (1964), menkul değer portföyünü riskli ve risksiz varlık sınıflarına ayırıp, açığa satış problemini de dikkate alarak, portföy seçim sorununu varlık sınıflarının pazar getirisine olan duyarlılıklarına göre çözümlemeyi amaçlamıştır.

CAPM'nin varlık fiyatlama ve portföy seçimi konusunda sağladığı yenilik, uygulama alanının genişliği ve ortaya attığı kavramların kolay test edilebilir olmasında yatmaktadır. Bu bağlamda, Sharpe (1963 ve 1964)'ın ilk çalışmalarına konu olan beklenen getiri, risk primi ve beta arasındaki kesitsel ilişkilerin testine yönelik pek çok çalışma yapılmış ve bu çalışmalar modelin olgunlaşmasında önemli rol oynamıştır.

Örneğin, yetmişli yıllarda, Brennan (1970), kârpayı ve sermaye getirisi üzerindeki farklı vergi oranlarına göre menkul değerlerin vergi sonrası denge fiyatını araştırmıştır. Black (1972) ise, portföyde risksiz varlığın olmaması durumunda denge durumunu incelediği "sıfır beta modeli"ni geliştirmiştir. Aynı dönemlerde Merton (1973) ise, yatırımcının yaşam boyu sürekli olarak alım satım yaptığı ve dolayısıyla beklenen faydasını maksimize etmek istediği varsayımı altında portföy seçim davranışının nasıl olması gerektiğini incelediği "intertemporal CAPM" modelini ortaya atmıştır (Kapucu, 2010).

Sharpe'ın çalışmalarının portföy kuramını yeniden biçimlendirdiğini söylemek yanlış olmaz. 1963 yılında geliştirdiği Tek Endeks Modeli, Markowitz'in geliştirdiği ortalama – varyans sınırının hesaplamasına ilişkin etkin bir algoritma sunmaktadır. Bu algoritma, pazar getirileri ile varlık getirileri arasındaki kovaryansları dikkate alarak ortalama – varyans etkin portföylere ilişkin hesaplama sayısının büyük oranda azaltılabileceğini göstermiştir (Fettahoğlu, 2003).

CAPM, ortalama – varyans temeline göre hareket eden bir yatırımcının, optimal portföyü nasıl seçmesi gerektiğini anlatmaktadır. Böylelikle herhangi bir yatırımcı,
$$\frac{S^{-1}\{R-c_1\}}{Toplam[S^{-1}\{R-c_1\}]}$$
 hesaplaması ile kendi optimal portföyünü saptayabilmektedir. CAPM ayrıca, pazarda beklenen getirilerin yapısı konusunda genelleme yapılmasına olanak sağlamaktadır.

Öncelikle, bu yöntemde pay senetlerinin ortalama getirisi, pazar portföyü ile olan regresyonlarına göre belirlenmektedir. Dolayısıyla, CAPM'nin sunduğu bu seçenek yöntem, pay senedi getirilerinin pazar getirisinden bağımsızlık derecesini ölçen beta katsayısını risk ölçümünde önemli bir ölçüt haline getirmiştir. CAPM, zamanlama sorunu ile karşı karşıya olan bireysel yatırımcılardan büyük kurumsal yatırımcılara kadar oldukça geniş bir alanda ilgi odağı olmuş ve risk ölçütü olarak menkul değer 'beta'larının kullanılması düşüncesi büyük ölçüde kabul görmüştür (Karan, 2004).

4 PORTFÖY OPTİMİZASYONU’NDA BLACK – LITTERMAN YAKLAŞIMI

Daha önceki bölümlerde, ilk kez 1952 yılında Markowitz tarafından geliştirilen ve daha sonra Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından genişletilen modern portföy yaklaşımı örnekler üzeinden anlatılmaya çalışılmıştı.

Markowitz (1959)’in çalışması, portföy kuramında bir dönüm noktası olmuş; 1952 yılında geliştirdiği portföy çeşitlendirmesi mantığını bu çalışma ile bütünleştirmiştir. Bu mantığın finans bilimine uyarlanış şekli “bir bütün, kendisini oluşturan parçalardan daha büyüktür” ve “tüm yumurtalar tek sepete konmamalıdır” tümcesinde kendini bulmuştur. Bu bağlamda, Markowitz, beklenen getiriyi sabitleyerek portföy varyansının nasıl en düşük düzeeye indirilebileceğini göstermiştir. Burada, Markowitz’in Modern Portföy Kuramı’na iki önemli katkısından söz edilebilir: Birincisi Markowitz, matematiksel olarak tek bir optimal portföyün söz konusu olamayacağını; ancak her bir olası beklenen getiri için olası en düşük riski veren portföyleri gösteren etkin setin var olabileceğini kanıtlamıştır. İkincisi ise, menkul değerlerin tekil riskinden çok toplam portföy varyansına katkısının önemli olduğunu ortaya koymasıdır. Böylece Markowitz, portföy seçim sorununu ortalama – varyans temelinde iki boyuta indirgemıştır (Kapucu, 2010).

Bununla birlikte, önceki bölümlerde yer alan örnek çözümlerden de anlaşıldığı gibi, modern portföy kuramına ilişkin geleneksel optimizasyon uygulamaları çoğunlukla yüksek oranlarda uzun ve kısa pozisyonlu portföyler üretmektedir. Bu bağlamda, sadece pazar verisine dayalı portföy optimizasyonu uygulayıcılar için oldukça sıkıntı vericidir. Çünkü, geleneksel optimizasyon yöntemlerinde, yatırımcının bireysel tercihleri ile sezgilerini optimizasyon sürecine eklemlmek sınırlıdır. Geleneksel optimizasyon sürecinin temel sorunu, gelecek getirilerin kestiriminde kullanılan

geçmişe dayalı veri setinin yeterince güçlü bir tahminleyici olamamasıdır. Geçmiş veriden yapılan kovaryans ve beklenen getiri kestirimi sıklıkla tutarsız sayılar üretmektedir. Bu sorun, özellikle varyans – kovaryans matrisinin tahmininde ortaya çıkmakta ve çoğunlukla da yüksek kovaryanslarla karşılaşmaktadır. Ancak burada, varyans ‘daraltıcı’ yöntemler (shrinkage methods) uygulayarak daha güvenilir kovaryanslar üretmek de mümkündür.

Black & Litterman (1991)’ın çalışmasında Modern Portföy Kuramı’nda geçmiş veriye dayalı optimizasyon sorunsalına ilişkin yeni bir yaklaşım sunulmaktadır. Bu çalışma, ek bir bilgi olmadan sadece pazar verisine dayanılarak seçilen ‘benchmark’ portföyün başarılı olamayacağı varsayımına dayanmaktadır. ‘Benchmark’ portföyden kasıt, belirli bir varlık grubu (örneğin, İMKB100 ya da Kocaeli Kent Endeksi gibi) içinden seçilen optimal portföydür.

Black - Litterman modeline göre, varlık getirileri, ‘benchmark’ portföydeki her bir varlığın gelecek getirileri ile ilgili pazar bilgisi açısından ifade edilebilir. Eğer yatırımcı pazar bilgisinin doğruluğundan emin ise, doğrudan pazar portföyüne yatırım yapabilir. Ancak, herhangi bir pay senedi ile ilgili pazar bilgisinden emin değilse, pazar portföyünün optimal olup olmadığı tartışmalı hale gelecektir. Bu soruna karşılık olarak Black & Litterman (1992), portföy optimizasyonunda kullanılan beklenen getiri vektörünü hesaplarken yatırımcı görüşleri ile denge getirilerini bir araya getirmektedir. Bu modelde denge, istem ile sunumu eşitleyen idealize edilmiş bir durumu ifade etmektedir.

Bu bölümde, optimal portföyün belirlenmesinde Black – Litterman yaklaşımına ilişkin olarak ortalama – varyans optimizasyon modelinden başlayan iki aşamalı bir örnek çözüm sunulacaktır.

4.1 Tanımlamalar ve Gösterimler

Black – Litterman (1991), geçmiş veri setinden üretilen beklenen getiriler yerine, belirli bir optimal portföy varsayarak ‘benchmark’ portföy bileşenlerinin beklenen getirilerinin bu portföyden üretilmesi gerektiğini söylemektedir. Dolayısıyla, beklenen ‘benchmark’ getiri vektörü, Black – Litterman optimizasyonunun başlangıç noktasını oluşturmaktadır.

Anlaşıldığı gib, Black – Litterman modeli, CAPM’deki denge modelinden yararlanmaktadır. Denge getirisi, geleneksel ortalama – varyans optimizasyonu ile karşılaştırıldığında daha tutarlı sonuçlar üreten bağımsız bir referans noktası sunmaktadır (Litterman v. d., 2003). Denge getirinin adındaki temel düşünce; pazar portföy ağırlıklarının tümünün pozitif ve “ortalama” bir yatırımcının “normal” yatırım davranışına yakın olduğudur. Bu nedenle, bu yatırımcılar varsayımsal olarak ‘benchmark’ portföyü izlemektedirler (Drobetz, 2001).

Modele göre yatırımcının amaç fonksiyonu U;

$$U = w^T \Pi - \frac{\delta}{2} w^T \Sigma w$$

şeklindedir. Burada;

w : her bir pay senedinin ağırlık vektörünü,

Π : her bir pay senedinin denge getiri vektörünü,

δ : pazardaki riskten kaçınma katsayısını,

Σ : varyans – kovaryans matrisini göstermektedir.

Eğer getiri maksimizasyonu söz konusu ise yatırımcının optimal denge getirisi, yukarıdaki eşitliğin birinci dereceden türevi alınarak hesaplanır:

$$\frac{dU}{dw} = \Pi - \delta \Sigma w = 0 \Rightarrow \Pi = \delta \Sigma w$$

Denge getiri hesaplamasında yer alan riskten kaçınma katsayısı, yatırımcının bir birimlik ek getiri başına yüklendiği risk miktarını göstermektedir. Matematiksel olarak ise, pazar (benchmark) varyansı ile pazar (benchmark) risk primine göre hesaplanan bir katsayıdır:

$$\delta = \frac{E(r) - r_f}{\sigma^2}$$

Burada;

$E(r)$: pazar portföyün toplam getirisini [$E(r) = w^T \Pi + r_f$],

r_f : risksiz faiz oranını,

σ^2 : pazar portföyünün varyansını [$\sigma^2 = w^T \Sigma w$] göstermektedir.

Buna göre optimal portföyü şu şekilde hesaplanabilir:

$$w = \delta \Sigma^{-1} \Pi$$

Burada w , optimal ağırlıkları ve Π yatırımcı görüşlerini içeren pay senedi benchmark getiri vektörünü göstermektedir. Black – Litterman modeline göre ise pay senedinin beklenen getirisi, pay senedinin benchmark getirisinin yatırımcı görüşleri ile görüşlerin güven derecesine göre düzeltilmiş bir fonksiyonudur (Bevan & Winkellman, 1998):

$$E[R] = [\tau \Sigma^T + P' \Omega^T P]^T \times [\tau \Sigma^T \Pi + P' \Omega^T Q]$$

Burada Ω , yatırımcı görüşlerinin güven matrisini; τ , yatırımcı görüşünün ağırlığını; P ve Q ise, yatırımcı görüşlerinin olasılık dağılımını göstermektedir. τ değerinin ne olacağı konusunda görüş birliği olmamakla birlikte, Blamont & Firoozy (2003), yaklaşık olarak 1/Gözlem Sayısı olarak alınabileceğini belirtmektedirler. Bunun yanında, Satchell & Scowcroft (2000) ise, akılcı bir neden dayanmamakla birlikte τ değerini 1 olarak kabul etmişlerdir.

4.2 Örnek: Kocaeli Kent Endeksi

Başlangıç olarak, herhangi bir yatırımcının Kocaeli Kent Endeksi içinden kendi optimal portföyünü oluşturmak istediği varsayılın. Önceki bölümde, bu endeks ile bağlantılı olarak menkul değer pazar doğrusu ile beta katsayılarının nasıl tahmin edileceği açıklanmıştı. Hatırlatıcı olması bakımından bu 'benchmark' portföyün pazar verileri aşağıdaki işlem tablosunda yeniden verilmiştir:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							
31																							
32																							
33																							
34																							
35																							
36																							
37																							
38																							
39																							
40																							
41																							
42																							
43																							
44																							
45																							
46																							
47																							
48																							
49																							
50																							
51																							
52																							
53																							
54																							
55																							
56																							
57																							
58																							
59																							
60																							
61																							
62																							
63																							
64																							

Sekizinci satırda, endeksteki her bir pay senedinin takastaki pay sayısına göre hesaplanmış pazar değerleri sıralanmıştır. Dokuzuncu satırda ise, her bir pay senedinin, 'benchmark' portföyün toplam pazar değerine göre hesaplanmış 'benchmark' oranları yer almaktadır. Pazar verisinden hesaplanmış olan beklenen getiri verisi de aşağıdaki gibidir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
38															
39			6 Ay Vadeli Hazine B. (Günlük)		0.0268%										
40															
41			Optimal Portföy Ağırlıkları (Açığa Satış Kısıtlanmamış)												
42		ASUZU	23.3%	=<MULT(MINVERSE(C20:T37), TRANSPOSE(C11:T11)-E39)/SUM(MMULT(MINVERSE(C20:T37), TRANSPOSE(C11:T11)-E39)))											
43		BRISA	26.8%												
44		CELHA	36.2%												
45		DYOBY	-6.6%												
46		EMNIS	-59.6%	Portföy İstatistikleri											
47		FENIS	-145.0%												
48		FMIZP	24.9%	Ortalama Getiri, $E(r_p)$											
49		FROTO	69.2%	0.88% <= <MULT(C11:T11, C42:C59))											
50		HEKTS	39.7%	Varyans, σ_p^2											
51		KARTN	17.4%	0.0012 <= <MULT(MMULT(TRANSPOSE(C42:C59), C20:T37), C42:C59))											
52		KORDS	65.7%	Standart Sapma, σ_p											
53		LOGO	-30.6%	3.42% <= <SQRT(MMULT(TRANSPOSE(C42:C59), MMULT(C20:T37, C42:C59)))											
54		MAKTK	-23.6%	$\theta = \text{Theta} = [E(r_p) - c] / \sigma_p$											
55		MRSHL	-0.8%	25.67%											
56		NUHCM	-28.3%												
57		PIMAS	-19.7%												
58		SARKY	57.3%												
59		TUPRS	51.8%												
60		Toplam	100.0%	=<SUM(C42:C59)											
61															

[C42:C59] hücre aralığında görüldüğü gibi, açığa satış durumunda optimal portföy hem (-) hem de (+) işaretli yüksek pozisyonlar üretmiştir. Örneğin, FENIS pay senedi -%145 ile en yüksek kısa pozisyon ağırlığını alırken, %69,2 ile FROTO pay senedi en yüksek uzun pozisyon ağırlığını almıştır. Sonuç olarak, kısa pozisyon ile uzun pozisyon arasındaki fark iki kattan daha fazladır.

Korelasyon etkisi dikkate alınmadığında, eğer geçmiş getirilerin bazıları negatif ise, negatif beklenen getirili pay senetlerinde negatif ağırlık beklenmelidir. Bununla birlikte, bir pay senedinin geçmiş getirisinin negatif olması, gelecekte beklenen getirisinin de negatif olacağı anlamına gelmemektedir. İncelenen örnekte, PIMAS, MAKTK, EMNIS ve FENIS pay senetleri negatif ortalama getirili senetlerdir. NUHCM ve LOGO'nun getirisi de sıfıra çok yakındır. Görüldüğü gibi optimizasyon, bu senetlere negatif ağırlık vermiştir.

Bazı durumlarda da pay senedi getirileri arasındaki korelasyon yüksek olabilir. Herhangi bir pay senedinde yüksek korelasyon varsa, optimizasyon düşük korelasyonlu olanlardan çok, benzer getirili pay senetlerini seçebilir. Aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi, yüksek getirili pay senetleri içinde görece yüksek korelasyonlu FROTO en yüksek pozitif ağırlık alırken, negatif getirili pay senetleri içinde de yine görece en yüksek korelasyonlu FENIS pay senedi en yüksek negatif ağırlığı almıştır⁶.

⁶Bazı satırlar gizlenmiştir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1																								
2																								
3																								
4																								
5																								
6																								
7																								
8																								
9																								
10																								
11																								
12																								
13																								
14																								
15																								
16																								
17																								
18																								
19																								
20																								
21																								
22																								
23																								
24																								
25																								
26																								
27																								
28																								
29																								
30																								
31																								
32																								
33																								
34																								
35																								
36																								
37																								

Optimizasyon sonucunda yüksek oranlarda uzun ve kısa pozisyon oluşması, görece yüksek katsayılardan oluşan varyans – kovaryans matrisinden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla, burada örnek varyans – kovaryans matrisi yerine daraltılmış varyans – kovaryans matrisi kullanılarak en düşük varyanslı portföyün performansını artırmak mümkündür.

Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [C21:T38] aralığında bir ‘daraltıcı’ faktör’e göre [D17], ağırlıklandırılmış varyans – kovaryans matrisi yer almaktadır. [C87:T104] hücre aralığında ise, sadece köşegen varyans matrisi görülmektedir⁷. $\lambda = 0,003$ olarak alındığında, kısa ve uzun pozisyon ağırlıkları üçte bir oranında azalmaktadır. Ancak, beklenen getirilere adres olarak negatif geçmiş getiri kullanıldığı için bu yöntem, söyü edilen sorunu bütünüyle ortadan kaldıramamaktadır.

⁷Bazı satırlar gizlenmiştir.

[illegible]

4.4 Black – Litterman Yöntemi ile Kocaeli Kent Endeksi'nin En Düşük Varyanslı Portföy Optimizasyonu

Black – Litterman yöntemi ile portföy optimizasyonu iki aşamadan oluşmaktadır:

1. Aşama: 'Benchmark' Beklenen Getirilerin Hesaplanması

Bu aşamada, öncelikle 'benchmark' portföyün optimal olduğu varsayımı altında ortalama – varyans optimizasyon yöntemine göre en düşük varyanslı 'benchmark' portföy hesaplanır:

$$\{w_{ASUZU}, w_{BRISA}, \dots, w_{TUPRS}\} = \frac{\Sigma^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r}_{ASUZU} - 0,00028 \\ \bar{r}_{ASUZU} - 0,00028 \\ \vdots \\ \bar{r}_{TUPRS} - 0,00028 \end{bmatrix}}{\text{Toplam} \left(\Sigma^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r}_{ASUZU} - 0,00028 \\ \bar{r}_{ASUZU} - 0,00028 \\ \vdots \\ \bar{r}_{TUPRS} - 0,00028 \end{bmatrix} \right)} \Rightarrow \min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_i w_j \sigma_{ij} = \sigma_{r_{p(O-V)}}$$

$$r_{p(O-V)} = \sum_{i=1}^N r_i \times w_i \rightarrow \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

B-L optimizasyonuna başlamadan önce etkin portföyün ağırlıkları ile normalizasyon faktörü $\frac{E(r_{BM}) - 0,00028}{w_{BM}^T \Sigma w_{BM}}$ kullanılarak 'benchmark' portföydeki her bir pay senedinin beklenen getiri vektörü aşağıdaki gibi yeniden hesaplanır:

$$R_{BM} = \sum w_{BM} \frac{E(r_{BM}) - 0,00028}{w_{BM}^T \Sigma w_{BM}} + 0,00028$$

Yatırımcının pazar ile ilgili herhangi bir ek bilgisi ya da görüşü yok ise, pazar portföyü etkin demektir. Dolayısıyla 'benchmark' ağırlıklar ile optimal ağırlıklar birbirine eşittir. Eğer yatırımcı, ertesi gün 'benchmark' portföy getirisinin 0,0011 olacağını bekliyorsa, bu tahminini kullanarak ertesi gün için tekil pay senetlerinin beklenen getiri vektörünü yukarıdaki şekilde tahmin edebilir.

Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [V24:V41] hücre aralığında normalize edilmeden hesaplanmış tekil pay senetlerinin 'benchmark' getirileri yer almaktadır⁸:

⁸Bazı satır ve sütunlar gizlenmiştir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							
31																							
32																							
33																							
34																							
35																							
36																							
37																							
38																							
39																							
40																							
41																							
42																							
43																							
44																							
45																							
46																							
47																							
48																							
49																							
50																							
51																							
52																							
53																							
54																							
55																							
56																							
57																							
58																							
59																							
60																							
61																							
62																							
63																							
64																							
65																							
66																							
67																							

Dikkat edilirse, [C18] hücrelerinde görüldüğü gibi yatırımcı, %0,11 getiri hedeflemesine rağmen, 'benchmark' portföyün beklenen getirisi %0,02 hesaplanmıştır [C43]. Hedeflenen getiri ile 'benchmark' portföyün beklenen getirisini eşitlemek için normalizasyon faktörü ile dokuzuncu satırdaki 'benchmark' oranlar birbiri ile çarpılır. Aşağıdaki işlem tablosunda bu çarpımın sonuçları görülmektedir⁹:

⁹Bazı satır ve sütunlar gizlenmiştir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							
31																							
32																							
33																							
34																							
35																							
36																							
37																							
38																							
39																							
40																							
41																							
42																							
43																							
44																							
45																							
46																							
47																							
48																							
49																							
50																							
51																							
52																							
53																							
54																							
55																							
56																							
57																							

Görüldüğü gibi, [V24:V41] hücre aralığında yer alan normalize edilmiş 'benchmark' beklenen getiriler optimizasyona dâhil edildiği zaman 0,00028 günlük risksiz faiz oranı düzeyinde optimal portföy ağırlıkları ile 'benchmark' portföy ağırlıkları eşitlenmekte, dolayısıyla hedef getiri ile 'benchmark' portföy getirisi de örtüşmektedir.

2. Aşama: Yatırımcı Görüşlerinin Eklenmesi

İlk aşamada, 'benchmark' portföyün etkin olduğu ve yatırımcının da günlük %0,11 getiri hedeflediği varsayılmış ve 'benchmark' portföydeki her bir pay senedinin beklenen getirileri bu varsayıma göre türetilmişti. Eğer yatırımcı, pay senedi getirileri ile ilgili olarak pazar getirisinden farklı bir görüşe sahipse, geleneksel optimizasyon sürecini uygulayarak da kendi optimal portföyünü oluşturabilir. Ancak, pay senedi getirileri birbirleri ile ilişkili olduğu için yatırımcının herhangi bir pay senedi getirisine ilişkin sahip olduğu bilgi, diğer tüm pay senetlerini de etkileyecektir.

Örnek olarak, beklenen ASUZU pay senedinin 'benchmark' getirisi %0,057 iken, yatırımcının ertesi gün bu getirinin %0,08 puan üzerinde getiri beklediği varsayalım. Bu durumda, aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi, optimal 'benchmark' portföy değişmekte, ASUZU pay senedinin payı 'benchmark' orandan farklı olarak %10,77'ye çıkmaktadır [R43:R60]. Varlık getirileri arasındaki kovaryans nedeniyle bu değişim, BRISA pay senedi için %0,088 olacaktır:

$$\begin{aligned} r_{BRISA, \text{Görüşlü}} &= r_{BRISA, BM} + \frac{Cov_{r_{BRISA}, r_{ASUZU}}}{\sigma_{r_{BRISA}}^2} \delta_{ASUZU} \\ &= 0,00071 + \frac{0,000183}{0,00088} \times 0,0008 = 0,00088 \Rightarrow \%0,088 \end{aligned}$$

CELHA pay senedi için ise;

$$\begin{aligned} r_{CELHA, \text{Görüşlü}} &= r_{CELHA, BM} + \frac{Cov_{r_{CELHA}, r_{ASUZU}}}{\sigma_{r_{CELHA}}^2} \delta_{ASUZU} \\ &= 0,00056 + \frac{0,000139}{0,00007} \times 0,0008 = 0,00077 \Rightarrow \%0,077 \end{aligned}$$

olur. ASUZU pay senedine girilen görüşe göre, diğer pay senetlerinin düzeltilmiş getirileri de hesaplanabilir. Aşağıdaki işlem tablosunda yer alan [R43:R60] hücre aralığında optimize edilmiş 'benchmark' portföy oranları görülmektedir¹⁰. [T43:T60] hücre aralığında görülen yatırımcı görüşünü içermeyen 'benchmark' oranlarla karşılaştırıldığında, ASUZU pay senedi, dikkate değer düzeyde ağırlık almıştır. Yatırımcının ASUZU pay senedi ile ilgili olumlu görüşü söz konusu pay senedinin portföy içindeki payını artırmış ancak bu görüş diğer pay senetlerinin paylarını da etkilemiştir.

¹⁰Bazı satır ve sütunlar gizlenmiştir.

A	B	C	D	E	F	H	I	J	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
19																	
20																	
21																	
22																	
23	ASUZU	0,000956	0,000183	0,000139	0,000191	0,000182	0,000182	0,000990	0,000190	0,000219	0,000131	0,000328	0,000122	0,000175	0,000093	0,000042	
24	BRISA	0,000183	0,000880	0,000073	0,000278	0,000189	0,000210	0,000133	0,000099	0,000194	0,000044	0,000196	0,000178	0,000226	0,000117	0,000077	
25	CELHA	0,000139	0,000073	0,000526	0,000526	0,000144	0,000083	0,000081	0,000075	0,000157	0,000160	0,000101	0,000080	0,000080	0,000076	0,000065	
26	DYOBY	0,000191	0,000278	0,000153	0,000731	0,000249	0,000010	0,000100	0,000116	0,000183	0,000124	0,000239	0,000197	0,000225	0,000211	0,000174	
27	EMNIS	0,000093	0,000120	0,000066	0,000085	0,000274	0,000113	0,000041	0,000073	-0,000066	0,000082	0,000070	0,000080	0,000084	0,000094	0,000118	
28	FENIS	0,000180	0,000169	0,000144	0,000249	0,000255	0,000195	0,000190	0,000121	0,000233	0,000009	0,000149	0,000192	0,000216	0,000142	0,000186	
29	FUZPZ	0,000182	0,000210	0,000093	0,000310	0,000195	0,000185	0,000052	0,000117	0,000127	0,000037	0,000122	0,000189	0,000158	0,000134	0,000080	
30	PROTO	0,000090	0,000133	0,000061	0,000190	0,000190	0,000052	0,000039	0,000179	-0,000044	0,000066	0,000127	0,000120	0,000086	0,000084	0,000080	
31	HEKTS	0,000147	0,000192	0,000085	0,000180	0,000191	0,000153	0,000062	0,000078	0,000106	0,000023	0,000238	0,000140	0,000119	0,000083	0,000082	
32	KARTN	0,000167	0,000250	0,000118	0,000197	0,000121	0,000224	0,000067	0,000146	0,000028	0,000022	0,000140	0,000202	0,000215	0,000089	0,000065	
33	KORDS	0,000196	0,000069	0,000075	0,000118	0,000121	0,000117	0,000066	0,000118	0,000143	0,000033	0,000121	0,000103	0,000114	0,000086	0,000087	
34	LOGO	0,000219	0,000184	0,000157	0,000183	0,000233	0,000127	0,000175	0,000143	0,000061	-0,000078	0,000078	0,000126	0,000213	0,000107	0,000142	
35	MAKTK	0,000131	0,000044	0,000160	0,000124	0,000069	0,000037	-0,000044	0,000033	-0,000078	0,000287	-0,000017	0,000029	0,000110	0,000029	0,000008	
36	MRSHL	0,000226	0,000146	0,000101	0,000239	0,000149	0,000122	0,000065	0,000101	0,000079	-0,000117	0,000147	0,000217	0,000177	0,000185	0,000144	
37	NUHCM	0,000122	0,000178	0,000080	0,000197	0,000200	0,000127	0,000103	0,000128	0,000029	0,000217	0,000080	0,000188	0,000212	0,000122	0,000118	
38	PIMAS	0,000175	0,000226	0,000096	0,000225	0,000216	0,000158	0,000126	0,000114	0,000213	0,000110	0,000177	0,000185	0,000481	0,000123	0,000097	
39	SARKY	0,000093	0,000117	0,000079	0,000211	0,000142	0,000134	0,000096	0,000096	0,000197	0,000029	0,000196	0,000122	0,000123	0,000237	0,000088	
40	TUPRS	0,000042	0,000077	0,000065	0,000174	0,000186	0,000080	0,000095	0,000142	0,000008	0,000144	0,000144	0,000118	0,000097	0,000096	0,000088	
41																	
42		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ		Görüşe Göre Düzeltilebilir Getiri								Optimal Benchmark Oranları		Benchmark Oranları (Görüş yok)	
43		0,057%	ASUZU	0,080%		0,137%								10,77%	ASUZU	0,58%	
44		0,071%	BRISA	0,000%		0,088%								-2,07%	BRISA	1,48%	
45		0,056%	CELHA	0,000%		0,077%								0,86%	CELHA	0,33%	
46		0,081%	DYOBY	0,000%		0,109%								-5,38%	DYOBY	1,28%	
47		0,042%	EMNIS	0,000%		0,055%								2,09%	EMNIS	0,08%	
48		0,093%	FENIS	0,000%		0,120%								-5,20%	FENIS	0,40%	
49		0,085%	FUZPZ	0,000%		0,064%								-2,34%	FUZPZ	0,54%	
50		0,089%	PROTO	0,000%		0,089%								10,83%	PROTO	10,76%	
51		0,082%	HEKTS	0,000%		0,088%								13,81%	HEKTS	0,78%	
52		0,080%	KARTN	0,000%		0,093%								1,97%	KARTN	7,04%	
53		0,054%	KORDS	0,000%		0,104%								18,41%	KORDS	0,38%	
54		0,082%	LOGO	0,000%		0,107%								-3,28%	LOGO	0,31%	
55		0,039%	MAKTK	0,000%		0,043%								-0,15%	MAKTK	0,80%	
56		0,089%	MRSHL	0,000%		0,104%								-2,63%	MRSHL	2,01%	
57		0,079%	NUHCM	0,000%		0,098%								-1,24%	NUHCM	3,04%	
58		0,071%	PIMAS	0,000%		0,102%								3,96%	PIMAS	0,17%	
59		0,063%	SARKY	0,000%		0,095%								25,24%	SARKY	2,70%	
60		0,131%	TUPRS	0,000%		0,140%								34,90%	TUPRS	66,65%	
61																	
62																	

4.4.1 Yatırımcı Görüşünün Birden Fazla Olması Durumunda Black – Litterman Optimizasyonu

Yatırımcı birden fazla tekil pay senedi ile ilgili görüşe sahipse, optimizasyon süreci bir parça daha karmaşıklaşmaktadır. Örneğin, yatırımcının ASUZU pay senedinden %0,137; BRISA pay senedinden ise %0,10 getiri sağlayacağına inandığı varsayılın. Çözücü işlevi kullanılarak yatırımcı görüşüne göre ASUZU pay senedi getirisini %0,137'ye, BRISA pay senedi getirisini %0,10'a eşitleyecek delta değerleri δ_{ASUZU} ve δ_{BRISA} için bir çözüm üretilebilir.

A	B	C	D	E	F	H	I	J	M	N	O	P	Q	R	S	T
19																
20																
21																
22		ASUZU	BRISA	CELHA	DYOBY	FENIS	FMPZP	PROTO	KORDS							
23		0,000896	0,000183	0,000139	0,000161	0,000180	0,000182	0,000990	0,000190							
24		0,000183	0,000880	0,000073	0,000278	0,000189	0,000210	0,000133	0,000099							
25		0,000139	0,000073	0,000526	0,000153	0,000144	0,000083	0,000081	0,000075							
26		0,000191	0,000278	0,000163	0,000731	0,000249	0,000010	0,000100	0,000116							
27		0,000093	0,000120	0,000066	0,000085	0,000274	0,000113	0,000041	0,000073							
28		0,000180	0,000169	0,000144	0,000249	0,000255	0,000195	0,000190	0,000121							
29		0,000182	0,000210	0,000093	0,000310	0,000195	0,000185	0,000052	0,000117							
30		0,000090	0,000133	0,000061	0,000190	0,000190	0,000052	0,000039	0,000179							
31		0,000147	0,000192	0,000085	0,000180	0,000191	0,000153	0,000062	0,000078							
32		0,000167	0,000250	0,000118	0,000167	0,000121	0,000224	0,000067	0,000146							
33		0,000196	0,000069	0,000075	0,000118	0,000121	0,000117	0,000066	0,000118							
34		0,000219	0,000184	0,000157	0,000183	0,000233	0,000127	0,000175	0,000143							
35		0,000131	0,000044	0,000160	0,000124	0,000069	0,000037	-0,000044	0,000033							
36		0,000226	0,000146	0,000101	0,000239	0,000149	0,000122	0,000065	0,000101							
37		0,000122	0,000178	0,000080	0,000197	0,000200	0,000127	0,000103	0,000128							
38		0,000175	0,000226	0,000096	0,000225	0,000216	0,000158	0,000126	0,000114							
39		0,000093	0,000117	0,000079	0,000211	0,000142	0,000134	0,000096	0,000096							
40		0,000042	0,000077	0,000065	0,000174	0,000186	0,000080	0,000095	0,000142							
41																
42			Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ		Görüşe Göre Düzeltilebilir Getiri							Optimal Benchmark Oranları		Benchmark Oranları (Görüş yok)
43		0,057%	ASUZU	0,080%		0,137%	← {=C43:C60-MMULT(C10:6 T82 E40:E60)}							10,77%	ASUZU	0,58%
44		0,071%	BRISA	0,000%		0,088%								-2,07%	BRISA	1,48%
45		0,056%	CELHA	0,000%		0,077%								0,86%	CELHA	0,33%
46		0,081%	DYOBY	0,000%		0,109%								-5,38%	DYOBY	1,28%
47		0,042%	EMNIS	0,000%		0,055%								2,09%	EMNIS	0,08%
48		0,093%	FENIS	0,000%		0,120%								-5,20%	FENIS	0,40%
49		0,065%	FMPZP	0,000%		0,084%								-2,24%	FMPZP	0,54%
50		0,059%	PROTO	0,000%		0,082%								10,83%	PROTO	10,76%
51		0,062%	HEKTS	0,000%		0,098%								13,81%	HEKTS	0,78%
52		0,080%	KARTN	0,000%		0,093%								1,97%	KARTN	7,04%
53		0,054%	KORDS	0,000%		0,104%								19,41%	KORDS	0,86%
54		0,092%	LOGO	0,000%		0,107%								-3,28%	LOGO	0,31%
55		0,039%	MAKTK	0,000%		0,043%								-0,15%	MAKTK	0,01%
56		0,089%	MRSHL	0,000%		0,104%								-2,83%	MRSHL	2,80%
57		0,079%	NUHCM	0,000%		0,089%								-1,24%	NUHCM	3,04%
58		0,071%	PIMAS	0,000%		0,102%								3,96%	PIMAS	0,17%
59		0,053%	SARKY	0,000%		0,059%								25,24%	SARKY	2,70%
60		0,131%	TUPRS	0,000%		0,140%								34,90%	TUPRS	86,65%
61																
62			Toplam Delta Kari	0,0001%	← {=SUM(E43:E60*P2)}									100,00%		

Yukarıdaki örnekte delta değerleri sadece ASUZU ve BRISA ile sınırlanmıştı. Bununla birlikte, ASUZU ve BRISA pay senetlerinin görüşe göre düzeltilmiş getiriler sabit olmak koşuluyla, yatırımcı görüşlerini gösteren diğer tüm delta değerleri de oluşturulabilir. Bu durumda, ASUZU ve BRISA pay senedi getirilerini sabit tutarak delta değerlerinin kareleri toplamını minimize edecek şekilde *Çözücü* işlevi yeniden çalıştırılır.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	M	N	O	P
41		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ				Görüşe Göre Düzeltilmiş Getiri					
42		0,057%		0,050%	ASUZU		ASUZU	0,137%	{=C43:C60*MMULT(C65:T62,E43:E60)}				
43		0,071%		-0,005%	BRISA		BRISA	0,100%					
44		0,056%		0,008%	CELHA		CELHA	0,101%					
45		0,091%		0,006%	DYOBY								
46		0,042%		0,001%	EMNIS								
47		0,093%		0,009%	FENIS								
48		0,064%		0,008%	FMIZP								
49		0,069%		0,004%	FROTO								
50		0,062%		0,006%	HEKTS								
51		0,080%		0,007%	KARTN								
52		0,054%		0,012%	KORDS								
53		0,082%		0,011%	LOGO								
54		0,039%		0,008%	MAKTK								
55		0,009%		0,019%	MRSHL								
56		0,079%		0,005%	NUHCM								
57		0,071%		0,008%	PIMAS								
58		0,063%		0,004%	SARKY								
59		0,131%		0,001%	TUPRS								
60				0,0000%									
61			Toplam Delta Kare	0,0000%	{=SUM(E43:E60^2)}								
62													

Ancak delta değerleri tek değildir. Örneğin, aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi, delta değerlerinin kareleri toplamı yerine mutlak değerleri toplamı alındığında farklı delta değerlerine ulaşılmaktadır.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	M	N	O	P
41		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ				Görüşe Göre Düzeltilmiş Getiri					
42		0,057%		0,076%	ASUZU		ASUZU	0,137%	{=C43:C60*MMULT(C65:T62,E43:E60)}				
43		0,071%		0,012%	BRISA		BRISA	0,100%					
44		0,056%		0,000%	CELHA		CELHA	0,079%					
45		0,091%		0,000%	DYOBY		DYOBY	0,115%					
46		0,042%		0,000%	EMNIS		EMNIS	0,060%					
47		0,093%		0,000%	FENIS		FENIS	0,125%					
48		0,064%		0,001%	FMIZP		FMIZP	0,089%					
49		0,069%		0,000%	FROTO		FROTO	0,094%					
50		0,062%		0,001%	HEKTS		HEKTS	0,106%					
51		0,080%		0,001%	KARTN		KARTN	0,098%					
52		0,054%		0,000%	KORDS		KORDS	0,107%					
53		0,082%		0,000%	LOGO		LOGO	0,111%					
54		0,039%		0,000%	MAKTK		MAKTK	0,043%					
55		0,009%		0,002%	MRSHL		MRSHL	0,107%					
56		0,079%		0,000%	NUHCM		NUHCM	0,103%					
57		0,071%		0,000%	PIMAS		PIMAS	0,109%					
58		0,063%		0,000%	SARKY		SARKY	0,103%					
59		0,131%		0,000%	TUPRS		TUPRS	0,143%					
60				0,0949%									
61			Mutlak Delta'lar Toplamı	0,0949%	{=SUM(ABS(E43:E60))}								
62													

4.4.2 Black – Litterman Optimizasyonunda Yatırımcı Görüşünün Güvenirliği

Black ve Litterman (1991)'ın çalışması ile birlikte pek çok çalışmada yatırımcı görüşünün güvenirliliğinin güç ve sıkıntılı bir süreç olduğu belirtilmektedir. Bu soruna karşılık, basitleştirici olması bakımından, model çalıştırılırken yatırımcı görüşünün hangi ağırlıkla yer alacağı önceden tanımlanabilir. Bu durumda, aşağıdaki eşitlikten de anlaşıldığı gibi optimal portföy, yatırımcı görüşünün güvenirliliğini gösteren γ

katsayısıyla düzeltilmiş pazar ağırlıkları ile yatırımcı görüşüne göre düzeltilmiş optimal ağırlıkların dışbükey bileşimi olacaktır:

$$\{w_{ASUZU}, w_{BRISA}, \dots, w_{TUPRS}\} = (1 - \gamma)w_{BM} + \gamma w_{BM,\delta}$$

Aşağıdaki işlem tablosunda yatırımcı görüşünün olmadığı varsayımı altına optimal portföy hesaplaması yer almaktadır. Görüldüğü gibi, benchmark portföy ile aynı ağırlıklara sahip optimal portföy, %0,11 getiriye karşılık %0,0002 varyansa sahiptir.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	R	S	T	U
41		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ				Görüşe Göre Düzeltilmiş Getiri				Optimal Benchmark Oranlar		Benchmark Oranlar (Görüş yok)	
42				0.000%	ASUZU		ASUZU	0.057%	$\leftarrow (=C43.C60+MMULT(C110.T127.E43.E60))$			0.58%	ASUZU	0.58%	
43		0.057%		0.000%	BRISA		BRISA	0.071%				1.48%	BRISA	1.48%	
44		0.071%		0.000%	CELHA		CELHA	0.056%				0.33%	CELHA	0.33%	
45		0.056%		0.000%	DYOBY		DYOBY	0.091%				1.28%	DYOBY	1.28%	
46		0.091%		0.000%	EMNIS		EMNIS	0.042%				0.08%	EMNIS	0.08%	
47		0.042%		0.000%	FENIS		FENIS	0.093%				0.40%	FENIS	0.40%	
48		0.093%		0.000%	FMIZP		FMIZP	0.065%				0.54%	FMIZP	0.54%	
49		0.065%		0.000%	FROTO		FROTO	0.069%				10.78%	FROTO	10.78%	
50		0.069%		0.000%	HEKTS		HEKTS	0.062%				0.78%	HEKTS	0.78%	
51		0.062%		0.000%	KARTN		KARTN	0.080%				7.04%	KARTN	7.04%	
52		0.080%		0.000%	KORDS		KORDS	0.054%				0.98%	KORDS	0.98%	
53		0.054%		0.000%	LOGO		LOGO	0.082%				0.31%	LOGO	0.31%	
54		0.082%		0.000%	MAKTK		MAKTK	0.039%				0.90%	MAKTK	0.90%	
55		0.039%		0.000%	MRSHL		MRSHL	0.089%				2.01%	MRSHL	2.01%	
56		0.089%		0.000%	NUHCM		NUHCM	0.079%				3.04%	NUHCM	3.04%	
57		0.079%		0.000%	PIMAS		PIMAS	0.071%				0.17%	PIMAS	0.17%	
58		0.071%		0.000%	SARKY		SARKY	0.063%				2.70%	SARKY	2.70%	
59		0.063%		0.000%	TUPRS		TUPRS	0.131%				66.65%	TUPRS	66.65%	
60		0.131%		0.000%											
61			Toplamı Delta Kare	0.000%			$\leftarrow (-SUM(E43.E60^2))$					100.00%			
62															
63			Yatırımcı Görüşünün Ağırlığı (γ)	0.40											
64															
65			Yatırımcı Görüşüne Göre Düzeltilmiş Optimal Portföy Ağırlıkları (Açığa Satış Kısıtlanmamış)												
66		ASUZU	0.58%	$\leftarrow (=1-\$E\$63)*T43+\$E\$63*R43$											
67		BRISA	1.48%												
68		CELHA	0.33%												
69		DYOBY	1.28%												
70		EMNIS	0.08%												
71		FENIS	0.40%												
72		FMIZP	0.54%												
73		FROTO	10.78%												
74		HEKTS	0.78%												
75		KARTN	7.04%												
76		KORDS	0.98%												
77		LOGO	0.31%												
78		MAKTK	0.90%												
79		MRSHL	2.01%												
80		NUHCM	3.04%												
81		PIMAS	0.17%												
82		SARKY	2.70%												
83		TUPRS	66.65%												
84		Toplam	100.00%												
85															

Yatırımcı görüşleri optimizasyon sürecine sokulduğunda ise, aşağıdaki işlem tablosunda görüldüğü gibi optimal ağırlıklar değişmekte ancak, yaklaşık aynı varyans düzeyine karşılık yeni portföyün getirisi yaklaşık %0,15'e yükselmektedir.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	R	S	T	U
41		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ				Görüşe Göre Düzeltilmiş Getiri				Optimal Benchmark Oranlar		Benchmark Oranlar (Görüş yok)	
42		0.057%		0.0556%	ASUZU		ASUZU	0.137%							
43		0.071%		-0.0048%	BRISA		BRISA	0.100%							
44		0.056%		0.0081%	CELHA		CELHA	0.101%							
45		0.091%		0.0056%	DYOBY		DYOBY	0.137%							
46		0.042%		0.0013%	EMNIS		EMNIS	0.071%							
47		0.093%		0.0087%	FENIS		FENIS	0.152%							
48		0.055%		0.0084%	FMIZP		FMIZP	0.105%							
49		0.069%		0.0036%	FROTO		FROTO	0.113%							
50		0.062%		0.0064%	HEKTS		HEKTS	0.134%							
51		0.080%		0.0066%	KARTN		KARTN	0.111%							
52		0.054%		0.0116%	KORDS		KORDS	0.132%							
53		0.082%		0.0113%	LOGO		LOGO	0.129%							
54		0.039%		0.0082%	MAKTK		MAKTK	0.051%							
55		0.089%		0.0187%	MRSHL		MRSHL	0.125%							
56		0.079%		0.0049%	NUHCM		NUHCM	0.128%							
57		0.071%		0.0076%	PIMAS		PIMAS	0.137%							
58		0.063%		0.0041%	SARKY		SARKY	0.140%							
59		0.131%		0.0014%	TUPRS		TUPRS	0.168%							
60															
61															
62															
63															
64															
65															
66															
67															
68															
69															
70															
71															
72															
73															
74															
75															
76															
77															
78															
79															
80															
81															
82															
83															
84															
85															

Hedef Hücresi:

SE\$60

%

Cöz

Eğitir:

☐ En Büyük
 ☒ En Küçük
 ☐ Değer: 0

Kapat

Değişik Hücresler:

SE\$43:SE\$60

%

Tahmin

Kısıtlamalar:

\$E\$43 = 0,00137

\$E\$44 = 0,001

Ekle

Değiştir

Sil

Seçenekler

Tümünü Sıfır

Yardım

Bununla birlikte, daha önce de değinildiği gibi yatırımcı görüşlerini temsil eden delta değerleri sabit değildir. Delta'ların kareleri yerine mutlak değerleri kullanılarak portföy yeniden optimize edildiğinde portföyün varyansı değişmemekte; ancak getirisi yaklaşık %0,12'ye düşmektedir. Hesaplama sonuçları aşağıdaki işlem tablosunda görülmektedir.

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	R	S	T
41		Beklenen 'Benchmark' Getirileri (Görüş yok)		Yatırımcı Görüşü delta δ				Görüşe Göre Düzeltilmiş Getiri				Optimal Benchmark Oranlar		Benchmark Oranlar (Görüş yok)
42		0.057%		0.0759%	ASUZU		ASUZU	0.137%						
43		0.071%		0.0114%	BRISA		BRISA	0.100%						
44		0.056%		0.0003%	CELHA		CELHA	0.079%						
45		0.091%		0.0012%	DYOBY		DYOBY	0.116%						
46		0.042%		0.0000%	EMNIS		EMNIS	0.060%						
47		0.093%		0.0008%	FENIS		FENIS	0.129%						
48		0.055%		0.0012%	FMIZP		FMIZP	0.069%						
49		0.069%		0.0000%	FROTO		FROTO	0.094%						
50		0.062%		0.0007%	HEKTS		HEKTS	0.107%						
51		0.080%		0.0013%	KARTN		KARTN	0.098%						
52		0.054%		0.0002%	KORDS		KORDS	0.107%						
53		0.082%		0.0000%	LOGO		LOGO	0.111%						
54		0.039%		0.0000%	MAKTK		MAKTK	0.044%						
55		0.089%		0.0016%	MRSHL		MRSHL	0.107%						
56		0.079%		0.0000%	NUHCM		NUHCM	0.104%						
57		0.071%		0.0004%	PIMAS		PIMAS	0.110%						
58		0.063%		0.0000%	SARKY		SARKY	0.104%						
59		0.131%		0.0002%	TUPRS		TUPRS	0.144%						
60														
61														
62														
63														
64														
65														
66														
67														
68														
69														
70														
71														
72														
73														
74														
75														
76														
77														
78														
79														
80														
81														
82														
83														
84														
85														

Hedef Hücresi:

SE\$60

%

Cöz

Eğitir:

☐ En Büyük
 ☒ En Küçük
 ☐ Değer: 0

Kapat

Değişik Hücresler:

SE\$43:SE\$60

%

Tahmin

Kısıtlamalar:

\$E\$43 = 0,00137

\$E\$44 = 0,001

Ekle

Değiştir

Sil

Seçenekler

Tümünü Sıfır

Yardım

4.5 Black – Litterman Modelinin Eleştirisi

Black – Litterman modeli ortalama – varyans modeline göre daha gerçekçi sonuçlar üretmektedir. Bu model varlık bölüşümü sorununa iki önemli katkıda bulunmuştur: Birincisi, yatırımcıların sezgilerine öncelik vermesi; ikincisi ise, yatırımcı görüşlerinin oluşturulmasına ve pazar bilgisi ile görüşlerin bir araya getirilmesine olanak tanınmasıdır (Walters, 2011).

Dünya’da 20 yıldan fazladır incelenen bu modele ilişkin Türkiye’de de bazı denemeler söz konusudur. Örnek olarak Fettahoğlu ve diğerleri (2011) tarafından yapılan çalışmada, Ortalama – Varyans Modeli ve Black – Litterman Modeli’ne göre optimize edilen 17 adet portföyün performansı test edilmiştir. Çalışmada, ortalama – varyans portföylerin Black – Litterman portföylerden daha oynak olduğu, pazar yükselirken Black – Litterman portföylerin daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışkan (2011) tarafından yapılan bir başka çalışmada ise, 13 dönem boyunca Markowitz Ortalama-Varyans Modeli ile oluşturulan portföyler ile Black-Litterman Modeli ile oluşturulan portföyler karşılaştırılmış Sharpe ve Treynor performans ölçütüne göre Black-Litterman Modeliyle oluşturulan portföylerin benchmark portföyden çok daha yüksek performans gösterdiği gözlenmiştir.

Kaynakça

- Bengtsson, C., & Holst, J. (2002). *On Portfolio Selection: Improved Covariance Matrix Estimation for Swedish Asset Returns*. Lund University and Lund Institute of Technology.
- Benninga, S. (2008). *Financial Modelling*. USA.
- Bevan, A., & Winkelman, K. (1998). Using the Black Litterman global asset allocation model: Three years of practical experience. *Fixed Income Research* , 1-15.
- Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business* , 45 (3), 444-455.
- Black, F., & Litterman, R. (1991). *Global Asset Allocation with Equities, Bonds, and Currencies*. Goldman Sachs, Fixed Income Research.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal* , 48 (5), 28-43.
- Black, F., & Scholes, M. (1974, May). The effects of dividend yield and dividend policy on common stock prices and returns. *Journal of Financial Economics* , 1-22.
- Blamont, D., & Firoozy, N. (2003). Asset allocation model. *Global Markets Research: Fixed Income Research* .
- Çalışkan, T. (2011). Black - Litterman ve ortalama varyans modeliyle oluşturulan portföylerin performanslarının ölçülmesi. *Akademik Fener* (15), 99-109.
- Ceylan, A., & Korkmaz, T. (1998). *Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi* (3 b.). Bursa.
- Chan, L. K. (1999). On Portfolio Estimation: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model. *Review of Financial Studies* , 12 (5), 937-974.
- Coşkun, M. (2010). *Para ve Sermaye Piyasaları; Kurumlar, Araçlar, Analiz*. Eskişehir: Detay Yayıncılık.
- Disatnik, D. J., & Benninga, S. Shrinking the Covariance Matrix: Simpler Is Better. *Journal of Portfolio Management* , 33 (4), 55-63.
- Drobetz, W. (2001). How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black - Litterman approach at work. *Swiss Society for Financial Market Research* , 15 (1), 59-75.

- Elton, E. J., Gruber, M. J., & Ulrich, T. (1978). Are betas best? *Journal of Finance* , 23, 1375-1384.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973, May). Risk, Return And Equilibrium; Emprical Tests. *Journal* , 607–636.
- Fettahoğlu, A. (2003). *Menkul Değerler Yönetim*. İstanbul.
- Haugen, R. A. (1987). *Introductory Investment Theory*. USA.
- Jagannathan, R., & Ma, T. (2003). Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. *Journal of Finance* , 58, 1651-1684.
- Jorion, P. (2000). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. USA.
- Kapucu, H. (2010). 1990: Harry M. Markowitz, Merton M. Miller ve William F. Sharpe. T. Büyükakın, Y. Bülbül, & N. Çakır içinde, *Nobel'in İzinde İktisat Kuramının Gelişimi*. İstanbul: İstanbul Ticaret Odası, Ekonomik ve Sosyal Tarih Yayınları.
- Karan, M. B. (2004). *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Kempf, A., & Memmel. (2006). Estimating the global minimum variance portfolio. *Schmalenbach Business Review* , 58 (October), 332-348.
- Konuralp, G. (2001). *Sermaye Piyasaları: Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi* (2 b.). İstanbul: Alfa Yayınları.
- Konuralp, G. (2001). *Sermaye Piyasaları; Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi*. İstanbul: Alfa Yayınları.
- Korkmaz, T., & Ceylan, A. (2007). *Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi* (4 b.). Bursa: Ekin Yayınevi.
- Korkmaz, T., & Pekkaya, M. (2009). *Excel Uygulamalı Finans Matematiği* (2 b.). Bursa: Ekin Yayınevi.
- Kroll, Y., Levy, H., & Markowitz, H. M. (1984, March). Mean-Variance Versus Direct Utility. *The Journal of Finance* , 47–61.
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics* , 47 (1), 13-39.
- Litterman, R. (2003). *Modern Investment Management: En Equilibrium Approach*. USA.

- Litterman, v. d. (2003). *Modern investment management: An equilibrium approach by Bob Litterman and the quantitative research group*. Canada: Goldman Sachs Asset Management.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *The Journal of Finance* , 46 (2), 469-477.
- Markowitz, H. M. (1987). *Mean - Variance Analysis in Portfolio Choise and Capital Markets*. USA.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance* , 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. USA.
- Rubinstein, M. (2002). Markowitz's "Portfolio Selection: A Fifty-Year Retrospective. *The Journal of Finance* , 57 (3), 1041–1045.
- Satchell, S., & Scowcroft, A. (2000). A demystification of the Black-Litterman model: Managing quantitative and traditional portfolio construction. *Journal of Asset Management* , 138–150.
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science* , 9, 277-293.
- Sharpe, W. F., Gordon, A. J., & Bailey, J. V. (1995). *Investments*. USA.
- Varian, H. (1993). A portfolio of nobel laureates: Markowitz, Miller and Sharpe. *The Journal of Economic Perspectives* , 7 (1), 159–169.
- Walters, J. (2011). The Black-Litterman model in detail.
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1314585 .

119

Not: Bazı satırlar gizlenmiştir.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1																							
2																							
3																							
4																							
5	Ödemiş Sermaye (1000 TL)	ASİDÜ	BİRSİ	CELHA	DİGİBY	EMİS	EMİS	FMİP	FRİTO	HEKİS	KARTN	KORİCS	LOCO	MAKTK	MRİSL	NARCM	FMİS	SARİY	TURİS				
6	Piy. Serm. Sayısı	100.000.000	25.415.707	7.441.875	16.500.000	10.007.000	8.515	34.000	14.277	553.910	75.667	2.537	184.429	21.800	11.000	150.214	16.000	50.000	254.419				
7	Talansaki Piy. Serm. Sayısı	4033.270	148.550	6.116.185	52.10.448	1.162.325	16.033.074	2.131.155	60.553.179	34.943.055	2.739.874	15.336.365	10.045.540	45.981.521	3.184.168	20.550.378	3.636.186	46.603.666	123.944.792				
8	Piyar Değeri (TL)	46.152.650	110.416.730	244.015.778	86.650.000	5.003.316	28.822.854	40.759.948	806.512.360	65.188.653	538.044.901	73.166.516	27.181.229	87.031.982	150.041.386	277.081.877	12.980.046	201.703.500	4.082.274.894				
9	Benchmark Oranı	0,59%	1,48%	0,33%	1,28%	0,02%	0,40%	0,54%	10,75%	0,78%	7,04%	0,56%	0,31%	0,50%	2,01%	3,49%	0,17%	2,70%	68,85%				
10																							
11																							
12																							
13	Tarih	ASİDÜ	BİRSİ	CELHA	DİGİBY	EMİS	EMİS	FMİP	FRİTO	HEKİS	KARTN	KORİCS	LOCO	MAKTK	MRİSL	NARCM	FMİS	SARİY	TURİS				
14	30.07.2010	8,60	50,18	2,96	1,29	5,80	3,04	13,20	10,33	1,34	128,61	3,04	2,10	2,78	30,75	10,70	3,78	3,38	33,20	6986,75			
15	03.08.2010	8,55	50,05	2,92	1,34	5,80	3,10	14,08	10,14	1,39	127,62	3,06	2,10	2,72	35,50	10,50	3,78	3,40	33,20	6070,50			
16	04.08.2010	8,55	50,05	2,92	1,36	5,80	3,05	14,18	10,23	1,35	128,61	3,11	2,08	2,84	35,50	10,50	3,74	3,40	32,97	6980,28			
17	05.08.2010	8,60	50,48	2,92	1,35	5,80	3,02	13,59	10,14	1,38	128,61	3,11	2,05	2,86	39,25	10,40	3,84	3,36	31,95	6980,14			
18	06.08.2010	8,50	50,60	2,90	1,33	5,75	3,05	13,40	10,05	1,37	126,62	3,09	2,06	2,86	35,50	10,50	3,84	3,38	31,95	6973,02			
19	09.08.2010	8,50	50,11	2,96	1,33	5,75	3,04	13,40	10,05	1,40	126,62	3,09	2,06	2,86	39,00	10,50	3,80	3,40	31,90	6980,55			
20	10.08.2010	8,40	50,60	2,92	1,31	5,55	3,02	13,30	9,87	1,40	126,62	3,09	2,05	2,80	38,75	10,50	3,84	3,40	32,03	6916,81			
21	11.08.2010	8,25	50,15	2,96	1,34	5,50	3,04	13,40	10,14	1,39	122,63	3,04	2,06	2,88	39,00	10,50	3,88	3,38	32,90	6814,69			
22	12.08.2010	8,35	50,15	2,94	1,34	5,45	3,05	13,20	10,42	1,38	124,63	3,04	2,06	2,88	35,25	10,50	3,86	3,38	33,20	6833,71			
23	13.08.2010	8,40	50,18	2,92	1,33	5,25	3,08	13,30	10,33	1,32	122,63	3,11	2,05	2,84	34,25	10,50	3,86	3,34	31,95	6807,66			
24	16.08.2010	8,35	50,15	2,92	1,33	5,30	3,05	13,30	10,14	1,34	122,63	3,09	2,02	2,70	31,20	10,50	3,86	3,34	31,33	6802,82			
25	17.08.2010	8,35	50,67	2,94	1,30	5,30	3,08	13,10	10,14	1,34	121,64	3,08	2,02	2,86	33,75	10,40	3,88	3,34	30,93	6942,92			
26	11.07.2011	11,50	453,09	4,44	1,65	5,35	2,12	20,85	13,40	1,57	207,00	4,68	2,19	1,75	49,75	11,56	3,71	4,30	41,30	6290,49			
27	12.07.2011	11,20	453,09	4,46	1,64	5,20	2,10	20,49	13,35	1,59	207,00	4,68	2,19	1,70	49,50	12,58	3,74	4,29	40,90	6296,79			
28	13.07.2011	11,25	452,09	4,44	1,63	5,24	2,08	20,45	13,45	1,58	207,30	4,60	2,21	1,72	50,20	12,30	3,75	4,24	41,70	6321,06			
29	14.07.2011	11,10	451,09	4,39	1,60	5,22	2,07	20,30	13,25	1,65	208,00	4,61	2,21	1,80	49,20	12,00	3,69	4,17	42,30	6274,81			
30	15.07.2011	11,05	450,59	4,35	1,58	5,20	2,05	20,40	13,20	1,70	208,00	4,77	2,19	1,88	48,40	12,00	3,61	4,17	42,40	62815,13			
31	18.07.2011	11,05	451,09	4,20	1,60	5,18	2,01	19,80	13,15	1,71	202,50	4,72	2,15	1,90	48,10	11,90	3,65	4,15	41,00	62014,97			
32	19.07.2011	11,50	450,09	4,24	1,59	5,14	1,98	19,85	13,10	1,69	202,00	4,78	2,16	1,83	48,10	11,80	3,68	4,18	40,90	61940,10			
33	20.07.2011	11,05	445,09	4,18	1,61	5,12	1,95	19,79	13,00	1,71	198,50	4,69	2,15	1,57	48,30	11,78	3,66	4,17	40,90	61616,93			
34	21.07.2011	10,90	440,09	3,90	1,52	5,14	1,94	19,50	13,05	1,64	192,00	4,60	2,09	1,44	45,50	11,60	3,49	3,88	39,90	60812,33			
35	22.07.2011	10,55	435,59	3,80	1,49	5,10	1,90	19,10	12,75	1,59	187,50	4,50	2,08	1,30	44,70	10,55	3,47	4,00	38,70	59902,32			
36	25.07.2011	10,45	437,09	3,63	1,50	5,05	1,78	19,05	12,45	1,61	186,00	4,60	2,07	1,24	44,30	10,50	3,47	3,88	39,50	61047,55			
37	28.07.2011	10,05	440,09	3,97	1,49	5,06	1,89	19,15	12,45	1,65	188,50	4,62	2,07	1,34	49,20	10,55	3,50	3,97	39,70	61082,94			
38	27.07.2011	10,65	447,09	3,99	1,50	5,02	1,85	19,40	12,45	1,65	187,30	4,67	2,09	1,38	48,10	10,80	3,52	3,88	39,00	61111,55			
39	28.07.2011	10,70	447,59	3,99	1,51	5,04	1,85	19,99	13,20	1,67	192,00	4,62	2,11	1,46	45,50	11,55	3,57	4,06	41,40	62503,98			

KOCAELİ KENT ENDEKSİ PAY SENETLERİ İLE İMKB100 ENDEKSİNİN GÜNLÜK FİYAT BİLGİLERİ
(Kar Paylarına Göre Düzeltilmiş)
03.08.2010 - 28.07.2011

Not: Bazı satırlar gizlenmiştir.

